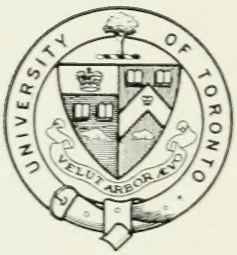
3 1761 07550905 9

PASC

TF
835
F56



Presented to
The Library
of the
University of Toronto
by

Mrs. B. Kohut

Rechnerische Grundlagen

des

Baues von Drahtseilbahnen

Von

Oberbaurat Ing. Robert Findeis

o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Wien

Mit 115 Abbildungen im Text

448 c

Leipzig und Wien

Franz Deuticke

1923

TF
835
F56

Copyright 1923 by Franz Deuticke, Leipzig und Wien.

Alle Rechte, besonders das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Verlags-Nr. 2870

LIBRARY
FEB 25 1964
UNIVERSITY OF TORONTO
883543

Buchdruckerei der Manzschen Verlags- und Universitäts-Buchhandlung in Wien.

Vorwort.

Die vorliegende Abhandlung „Rechnerische Grundlagen des Baues von Drahtseilbahnen“ soll dem Zweck dienen, eine dem heutigen Stande der Seilbahntechnik entsprechende, wissenschaftlich begründete Zusammenstellung der diesbezüglichen Erkenntnisse und Tatsachen zu bieten. Bei der ausgedehnten und immer weiter greifenden Anwendungsmöglichkeit der Drahtseilschwebebahnen besteht unzweifelhaft ein ausgesprochenes Bedürfnis, in die den Gegenstand betreffenden Fragen und die damit zusammenhängende Forschung näher Einblick zu bekommen. Im Gegensatz hiezu herrscht aber bisher ein empfindlicher Mangel an brauchbaren Veröffentlichungen mit Angaben über die Berechnungsweise der Ausmaße der Konstruktionsteile auf demselben Gebiete.

Bei der Neuheit des ganzen, bisher noch wenig erforschten Stoffes können die hier gebotenen Darstellungen keinen unbedingten Anspruch machen, als anerkannte Ergebnisse zu gelten. Vielmehr wird gerade die Absicht verfolgt, mit der vorbildlosen Erörterung der mechanischen Beziehungen beim Seilbahnbau den Anfang zur allgemeinen Zugänglichmachung jener theoretischen Kenntnisse zu machen, die zunächst nur recht wenigen und diesen in sehr verschiedener Form eigen waren. Soll aber das Seilbahnwesen jenen Aufschwung nehmen, der ihm zukommt, so müssen seine Grundlagen ebenso sicher und allgemein wissenschaftlich festgestellt sein, wie die anderer technischer Fachgebiete, z. B. die des Brückenbaues. Dann wird auch die weitere Planung solcher Anlagen nach anerkannten „Grundsätzen“ oder „Bestimmungen“ in höherem Maße als bisher die Überzeugung von der Sicherheit solcher Bauwerke bewirken.

Durch Angabe des im Gegenstande bekannten Schrifttumes und der auf diesem Gebiet tätigen Forscher, soweit sie die Ergebnisse ihrer Studien der allgemeinen Kenntnis zur Verfügung gestellt haben, soll angestrebt werden, den Leser selbst in die Lage zu versetzen, sich ein unabhängiges Urteil über die Berechtigung der hier gezogenen

Schlußfolgerungen zu bilden und zur weiteren Ausgestaltung der wissenschaftlichen Aufschließung dieses Fachgebietes der Bauwissenschaft beizutragen. Hier wird voraussichtlich noch vieles zu leisten sein und ist der Zweck meiner Arbeit erreicht, wenn durch sie der Anstoß gegeben wird, die wissenschaftliche Forschung im Seilbahnwesen zu verallgemeinern und die so erhaltenen Ergebnisse mit der Praxis zu vergleichen.

Seitens des Verlages wurde in besonders anerkennenswerter Weise für zweckmäßige, gediegene Ausstattung des Buches gesorgt.

Wien, im März 1923.

Ing. ROBERT FINDEIS
o. ö. Professor.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung (Lesestoffangaben) 1

Abschnitt I. Die Bauarten der Drahtseile 3

A) Allgemeines und Herstellung 3

B) Das Spiralseil 5

C) Flechtformel, Verseilungsziffer 10

D) Litzenseile 12

E) Verschlossene Seile und sonstige besondere Flechtarten 16

Abschnitt II. Theorie der Seillinie 18

A) Zweck und Wirkungsweise des Spanngewichtes 18

B) Mathematische und mechanische Grundbegriffe 21

a) Einzellasten 21

b) Gleichförmig verteilte Last 24

α) Zeichnerisches Verfahren 24

β) Rechnerisches „ (Theorie der Kettenlinie) . 25

γ) Näherungsweise Berechnung der Seillinie (Die Parabel als Seillinie) 35

C) Leerseillinie 40

D) Vollseillinie 42

Abschnitt III. Die Biegungsbeanspruchung der Tragseile durch Querbelastung 45

A) Allgemeines 45

B) Die Biegung eines querbelasteten, gespannten Drahtes 47

C) Die Biegungsbeanspruchung eines aus Drähten geflochtenen Seiles 57

a) Verschiebbarkeit der Drähte vorausgesetzt 57

b) Die Reibungskräfte zwischen den Drähten 65

c) Die verschiebende Kraft 70

d) Voraussetzung unverschiebbarer Drähte 72

e) Der Durchmesser des Tragseiles 75

f) Die Biegung des Tragseiles an den Auflagerschuhen 84

D) Anhang 88

a) Die Größe des Knickwinkels an einem Stützpunkt 88

b) Der Auflagerdruck auf die Flächeneinheit des Tragseiles . . 90

Abschnitt IV. Höhenplan einer Seilbahn 92

A) Das Spanngewicht, seine Größe und Lage in der Strecke 92

B) Linienführung und Stützenausteilung 102

Seite

a) Ebenes Gelände 102
b) Bodenform mit erhabener (konvexer) Krümmung 103
c) Muldenförmige (konkave) Bodenform 105
C) Beispiel zur Erläuterung der Benützung der Tafel I und II für das Einlegen von Seillinien und Bestimmung der maßgebenden Größen . 112
Abschnitt V. Das Zugseil 121
A) Beanspruchung des Zugseiles 121
B) Zeichnerische Ermittlung der Zugkraft für den Betrieb einer Seilbahn 131
a) Seilbahnen mit Pendelbetrieb 131
b) Seilbahnen mit Umlaufbetrieb (kontinuierliche) 140
Tafel I 146
„ II 148

Einleitung.

Für Seilschwebebahnen gilt vielleicht in noch höherem Grade, wie bei anderen Bauwerken der Grundsatz, daß man ihre Gestaltung nicht nach ein für allemal gültigen Regeln vornehmen kann, sondern daß man vielmehr auf Grundlage der Kenntnis der Formgebung und Wirkungsweise der einzelnen Konstruktionselemente, sowie der für den Sonderfall „Seilbahnen" auszubildenden theoretischen und technischen Mechanik den jeweiligen Verhältnissen und Anforderungen entsprechend vorzugehen hat. Hiebei wird es stets das Verdienst des entwerfenden Ingenieurs sein, wenn die Lösung mit einfachen Mitteln erreicht werden kann, ohne daß darunter die Betriebssicherheit leidet.

Die Darstellung der Seilbahnsysteme, der Formgebung und deren Begründung für die von den Lieferfirmen meist unterschiedlich ausgeführten Konstruktionseinzelheiten soll dem Titel des Buches entsprechend nicht Gegenstand der nachstehenden Ausführungen sein. Hierüber kann eine allgemeine Übersicht mittels der Angaben in den meisten technischen Handbüchern[1]) und einigen diesbezüglichen Werken[2]) oder bis zu einem gewissen Grade nach den Werkzeichnungen (Katalogen) der Drahtseilbahn-Bauunternehmungen erlangt werden. Vielmehr soll hier der Versuch gemacht werden, eine Zusammenfassung der für die Ausgestaltung und Linienführung im Gelände nötigen, theoretischen Grundlagen zu geben, die eben bisher in den wenigen über Drahtseilbahnen handelnden Veröffentlichungen[3]) nur sehr spärlich zu finden sind.

[1]) „Hütte", Des Ingenieurs Taschenbuch. — M. Foerster, Taschenbuch für Bauingenieure. — Handbuch der Ingenieurwissenschaften. V. Eisenbahnbau, 8.

[2]) Stephan, Die Drahtseilbahnen. Berlin 1907, 1914, 1920. — G. v. Hanfstengl, Die Förderung von Massengütern. II. Bd. Berlin 1909. — M. Buhle (Professor, Dresden), Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens. 1913. S. 266. Berg-Seilschwebebahnen. — Armbruster, Die Tiroler Bergbahnen. Verlag für Fachliteratur. Wien. — R. Ph. Waagner, Instruktion über die Feldseilbahn System Waagner. Wien. — Dr. E. Seefehlner, Elektr. Zugförderung. Berlin, Springer, 1922. — Aumund. Hebe- und Förderanlagen. Berlin, Springer, 1916. (Enthält am Schlusse weitestgehende Lesestoffangaben auf allen Gebieten der Fördertechnik, zusammengestellt von 1894 an.)

[3]) Schweizerische Bauzeitung. Bd. LII (1908), S. 311, Der Wetterhornaufzug; Bd. LXVI (1915), Nr. 22, A. Kiefer, Über die Kettenlinie; Bd. LXXIII (1919), Nr. 12 und 13, A. Kiefer, Einige Sätze über die Kettenlinie; Bd. LXXIII (1919), Nr. 22. Die neuen österr. Vorschriften für den Bau und die Projektierung von Schwebeseilbahnen für Personenbeförderung; Bd. LXXIV (1919), Nr. 2, Brunner, Die Kettenlinie

Um nicht zu weit auszuholen, wurde vorläufig auch auf die Rechnungsgrundlagen für den Bau von Seil-Klemmvorrichtungen, Kuppelstellen, Laufwerken und Gehängen nicht eingegangen und dieselben einem späteren Zeitpunkte vorbehalten. Ebenso wurde eine nähere Behandlung der maschinentechnischen Einzelheiten der Antriebs-(Brems-)Einrichtungen usw. nicht vorgenommen.

Bei der Linienführung kommt in einem Seilbahnabschnitt nur die Ausbildung des Höhenplanes (Längenschnittes) in Frage, da innerhalb einer solchen Strecke der Grundriß der Bahn eine gerade Linie ist. Es wird als bekannt vorausgesetzt, daß die Verbindung von mehreren Seilbahnabschnitten, die durch Winkelstationen (selbsttätige oder solche mit erforderlicher Bedienung) auch einen Grundriß in Form eines polygonalen Linienzuges gestattet. In jedem Abschnitt erfolgt jedoch die Gestaltung des Höhenplanes nach den hier erläuterten Grundsätzen.

Die Bestimmung der Spannungen in den Konstruktionsteilen, insbesonders den Trag- und Zugseilen, wurde nur soweit näher behandelt, als sich hiebei Abweichungen gegen die allgemein bekannten Berechnungsweisen der technischen Mechanik ergeben.

Es soll weiter noch erwähnt werden, daß hauptsächlich nur von den Schwebeseilbahnen gesprochen wird, bei denen die Fahrbahn aus einem Seil gebildet wird, weshalb sie zutreffend kurz „Seilbahnen“ genannt werden sollen. Hingegen werden die häufig auch als Drahtseilbahnen bezeichneten Standbahnen, bei denen Fahrzeuge auf festen Schienen laufen, jedoch durch ein Zugseil bewegt werden, zum Unterschiede hievon mit „Schrägaufzug“ (Schrägbahn, Bremsberg) zu bezeichnen sein und sollte für sie das Wort Seilbahn nicht gebraucht werden, da diese Fördermittel technisch in eine ganz andere Gruppe einzureihen sind. Zum großen Teil finden auch für sie die im Folgenden für Zugseile abgeleiteten Gesetze Anwendung.

---

im Ingenieurwesen. — Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereines. 1912, Nr. 44, S. 703. Conrad Dr. W., Die Vigiljochbahn und andere Seilschwebebahnen in Österreich; 1913, Nr. 2, Dr. Soulavy, Die neue Personenschwebebahn auf den Kohlererberg bei Bozen; 1913, Nr. 48, S. 797, Conrad Dr. W., Der Bau der Seilschwebebahn von Chamonix auf die Aiguille du Midi im Gebiete des Mont-Blanc; 1904, Dr. H. Benndorf, Graz, Beiträge zur Theorie der Drahtseile, I; 1905, Dr. H. Benndorf, Graz, Beiträge zur Theorie der Drahtseile, II. — Zeitschrift Deutscher Diplom-Ingenieure. Verlag M. Krayn, Berlin 1913, Heft 21—24. Ing. Woernle, Zur Beurteilung der Drahtseilschwebebahnen für Personenbeförderung. (Enthält fast alle Lesestoffangaben über den Gegenstand!!) — Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens. 1914, Heft 14, S. 254. Dalimier, Seilschwebebahn der Aiguille du Midi (Genie-Civil. 1912, 1913, Bd. LXII, Nr. 4, S. 61). — G. Benoit, Drahtseilfrage, Beanspruchung und Lebensdauer, Bemessung von Seilen. Verlag von Friedrich Gutsch, Karlsruhe und Leipzig.

I. Die Bauarten der Drahtseile.

A. Allgemeines und Herstellung.

Werden mehrere Stahl- oder Eisendrähte auf noch später zu beschreibende Weise miteinander verflochten oder übereinander gewickelt („geschlagen"), so daß ein den allseits bekannten Hanfseilen ähnlich gebautes Gebilde von großer Zugfestigkeit in seiner Längsrichtung entsteht, so spricht man von „Drahtseilen". Hingegen sind Bündel aus gleichlaufend, nebeneinander gelegten Drähten, wie sie z. B. im amerikanischen Brückenbau in Anwendung kommen, nicht als Drahtseile anzusprechen, da ihnen die Verflechtung, die Wickelung oder der „Schlag" fehlt, wodurch das Seil bis zu einem gewissen Grad ein Verbundkörper mit besonderen Eigenschaften wird, was sein Verhalten bei Beanspruchung durch äußere Kräfte in der Richtung der Seilachse und quer zu ihr wesentlich beeinflußt.

Als Erfinder der Drahtseile gilt der Oberbergrat Albert in Klaustal (im Harzgebirge), der schon im Jahre 1834 ein brauchbares Eisenseil für Schachtförderung zum Ersatz der bis dahin für solche Zwecke üblichen Ketten herstellen ließ. Die von ihm angewandte Bauart des Seiles wird noch heute allgemein benutzt und als „Albertgeflecht" (Albertschlag) bezeichnet.

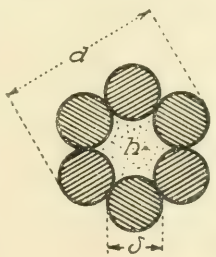


Abb. 1.

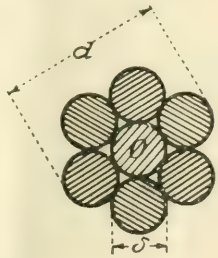


Abb. 2.

Die einfachste Flechtart besteht darin, daß um einen Faden aus weichem Stoff (Seele, Hanfseele) (*h*) eine Lage von Drähten derart gewickelt (geschlagen) wird, daß diese sich schraubenförmig um die geometrische Achse der Seele, bzw. des entstehenden Seiles legen (Abb. 1). Mitunter wird auch die Seele durch einen sogenannte Kerndraht (*o*) aus weichem Eisen ersetzt (Abb. 2).

Man nennt ein solches einfaches Drahtseil eine „Litze". Schlägt man mehrere (gewöhnlich 6) Litzen, so wie früher die Drähte um eine

Hanfseele (*H*), so erhält man ein sogenanntes „Litzenseil“ (Abb. 3). Werden hingegen um die erste Lage von Drähten noch weitere Drähte derart geschlagen, daß sie wieder den Gesamtumfang der Lage ausfüllen, so erhält man ein „Spiralseil“ (Abb. 4).

Als Baustoff kommt heute nur für untergeordnete Zwecke weiches

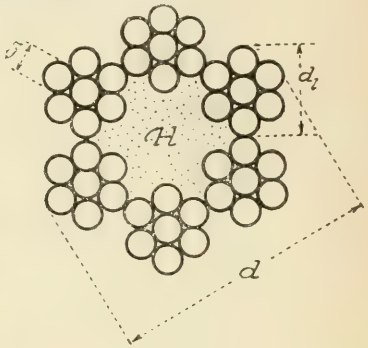


Abb. 3.

Walzeisen für die Drähte in Betracht. Für Seile zu Bahnanlagen

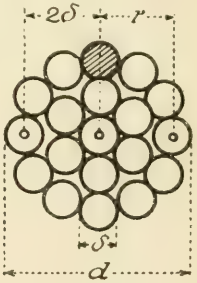


Abb. 4.

wird fast ausschließlich hochfestes Drahtmaterial aus Tiegelflußstahl (Festigkeit 120 bis 180 *kg* für den Quadratmillimeter)verwendet. Durch das „Ziehen“ der Drähte in kaltem Zustande verdichtet sich die Oberfläche derselben derart, daß hohe Bruchfestigkeit entsteht. Die Herstellung der Drahtseile erfolgt maschinell auf sogenannten Flechtmaschinen (Abb. 5), die von Spezialfabriken gebaut werden.

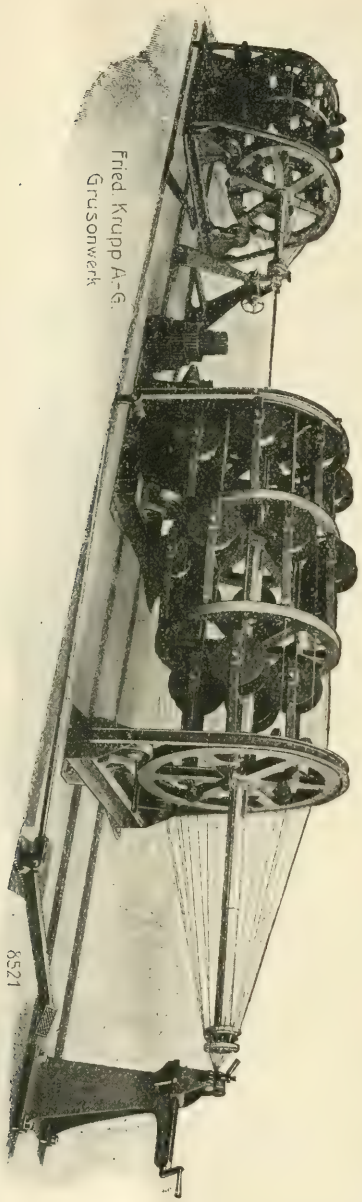


Abb. 5. Verseilmaschine.

B. Das Spiralseil.

Die einzelnen Drähte in einem Seil liegen, wie vorstehend erläutert, schraubenlinienförmig um die Litzen- oder wie beim Spiralseil um die Seilachse. Man bezeichnet die Höhe eines ganzen Schraubenganges einer Drahtwindung (h) auch als Schlaglänge (Abb. 6) und

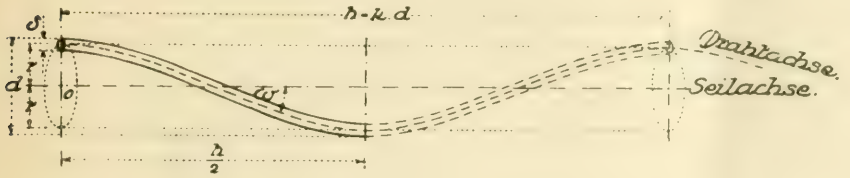


Abb. 6.

wird diese gewöhnlich als ein Vielfaches des Seildurchmessers (d) angegeben. Man sagt, der Draht (oder die Litze) habe die K-fache Schlaglänge.

$$h = K.d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Der Winkel (ω), unter dem die Drahtachse zur Seilachse geneigt ist, heißt der Flechtwinkel. Im folgenden sollen einige geometrische Beziehungen, die zum Verständnis oder zur Erklärung gewisser Seileigenschaften dienen können, zunächst mathematisch abgeleitet und später praktisch untersucht werden.

Wird um einen Kerndraht (1) vom Durchmesser δ eine Lage von Drähten gleicher Stärke (δ) gelegt, so folgt zunächst aus der geometrischen Lage der Drahtquerschnitte (Abb. 7), daß 6 solcher Drähte die ringförmige Lage vollkommen ausfüllen, d. h. daß sie sich gegenseitig in den Punkten a—f berühren und an den Kerndraht in je einer um 60° versetzten Schraubenlinie (m oder n usw.) anliegen. Eine weitere Lage von Drähten mit dem gleichen Durchmesser (δ) kann nur durch eine größere Anzahl von Drähten gebildet werden, und zwar ist bisher gewöhnlich ein Zuwachs von 6 für jede weitere Lage üblich geworden (Abb. 8).

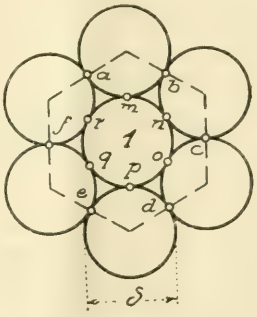


Abb. 7.

Die kreisförmigen Drahtquerschnitte der zweiten Lage und aller weiteren füllen aber den für sie verfügbaren Querschnittsring nicht vollkommen aus, da dessen Durchmesser um $2\,\delta$, der durch die Drahtmittelpunkte gelegte Kreis daher um $2\,\delta\pi = 6{\cdot}28\,\delta$ gewachsen ist. Die zwischen den Drahtmittelpunkten gezogenen Ver-

bindungssehnen $a\,b$ sind etwas länger als $2\,\delta$, es entsteht somit ein Zwischenraum zwischen den Drähten.

Im allgemeinen wird bei p-ringförmigen Drahtlagen sein:

$$r = p\,.\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

der Seildurchmesser $$d = (2\,p + 1)\,.\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

die Anzahl (n) der Drähte in der p^{ten} Lage

$$n = 6\,.\,p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

die Sehne $$ab = 2\,p\,.\,\delta\,.\sin\frac{360}{6\,p\,.\,2}$$

$$ab = \left(2\,p\,.\sin\frac{30}{p}\right).\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

oder angenähert

$$ab \cdot 2\,p\,\delta.\ \frac{2\,\pi}{12\,p} = \frac{2\,\pi}{6}\cdot\delta$$

$$2\,\pi : 6 = 6{\cdot}28 : 6 = 1{\cdot}047.$$

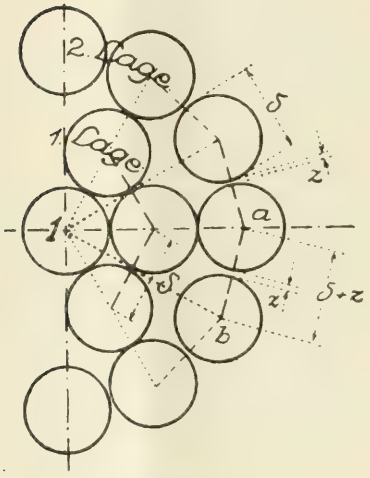


Abb. 8.

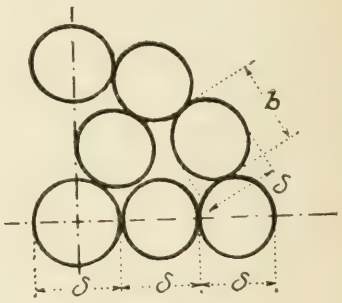


Abb. 9.

Liegen die Drähte schraubenförmig gewunden im Seil, so sind aber ihre Querschnitte senkrecht zur Seilachse nicht Kreise, sondern wegen des Flechtwinkels (ω) Ellipsen mit der großen Achse (b) (Abb. 9).

$$b = \delta : \cos\omega = \delta\,.\sec\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Durch entsprechende Wahl des Flechtwinkels ω — derart, daß $\sec\omega = 1{\cdot}047$ wird — kann der Zwischenraum zwischen den Drähten auf Null gebracht werden. Mit anderen Worten, um ein vollkommen fest geschlossenes Spiralseil aus gleich dicken Drähten (δ) herzustellen, muß man der äußeren Drahtlage einen Flechtwinkel ω von nachstehender Größe geben:

$$\sec\omega = 2\,p\sin\frac{30}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

somit wird

für $p = 2, d = 5\,\delta, n = 12, \sec\omega_2 = 1{\cdot}035, \omega_2 = 15^\circ 00'$
für $= 3, = 7\,\delta, = 18, \sec\omega_3 = 1{\cdot}042, \omega_3 = 16^\circ 18'$
für $= 4, = 9\,\delta, = 24, \sec\omega_4 = 1{\cdot}044, \omega_4 = 16^\circ 44'$
(Grenzwert) $= \infty, \quad d \quad = \sec\omega = 1{\cdot}047, \omega = 17^\circ 10'.$

Da die Drähte beim Flechten etwas zusammengedrückt werden, so sind die tatsächlichen Seildurchmesser und die Flechtwinkel von den so ermittelten um weniges verschieden. Die einzelnen Drahtlagen der Spiralseile sind abwechselnd rechts und links gewunden, damit die Drähte stets ein gutes Auflager finden und sich nicht in die Nuten der darunterliegenden Schichte eindrücken. Die Drähte kreuzen sich daher unter dem Winkel $2\,\omega$ (beiläufig 30°).

Zur Bestimmung der Schlaglänge (h) und ihres Verhältnisses zum Seildurchmesser sind folgende Überlegungen anzustellen:

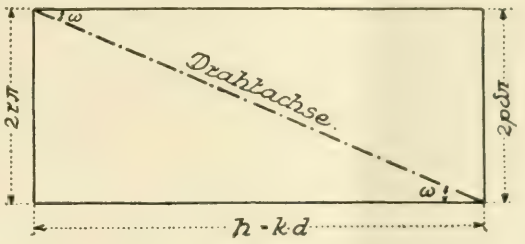


Abb. 10.

Denkt man sich die Zylinderfläche (durch die Drahtmittelpunkte) vom Halbmesser r in eine Ebene abgewickelt, so erscheint die Drahtachse als Diagonale in einem Rechteck, dessen eine Seite $2\,r\,\pi$, die andere die Schlaglänge (h) ist (Abb. 10).

$$2\,r\,\pi = 2\,p\,\delta\,\pi$$

$$h = K\,.\,d = (2\,p + 1)\,.\,K\,.\,\delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{2\,p\,\delta\,\pi}{K\,.\,(2\,p+1)\,\delta} = \frac{2\,p\,\pi}{K\,(2\,p+1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

$$K = \frac{2\,p}{2\,p+1}\,.\,\pi\,.\,\operatorname{cotg}\omega = c\,.\,\pi\,\operatorname{cotg}\omega \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

für $p = 2 \quad c = 4:5 = 0{\cdot}80 \quad K = 8{\cdot}1$
$= 3 \quad = 6:7 = 0{\cdot}85 \quad = 8{\cdot}6$
$= 4 \quad = 8:9 = 0{\cdot}89 \quad = 9{\cdot}0$

für den Grenzwert $\omega = 17^\circ 10'$ ist $\pi\,.\,\operatorname{cotg}\omega = 10{\cdot}16$ und $c = 1$. Demgemäß ergeben sich theoretisch für Spiralseile mit drei oder mehr Drahtlagen Schlaglängen von beiläufig neunfachem Seildurchmesser. Tatsächlich sind die ausgeführten Flechtwinkel aber etwas kleiner, die Schlaglängen aber größer; etwa gleich dem zehn- bis zwölffachen Seildurchmesser

für $K = 10$ wird $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}267, \omega = 14^\circ 57'$
„ $= 12$ „ $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}236, \omega = 13^\circ 20'.$

Die gegenüber der Theorie größere praktische Schlaglänge rührt daher, daß die nebeneinander liegenden Drähte nicht ganz gerade gestreckt, sondern etwas gewellt sind, somit in der Drahtlage etwas mehr als ihren Durchmesser ausfüllen, was durch die Abb. 11 in Übertreibung dargestellt wird. Als Mittelwert für $\operatorname{tg}\omega$ kann für Spiralseile 0·25 angenommen werden, wenn man einen Zuwachs von 6 in jeder Drahtlage anwendet.

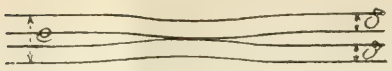


Abb. 11.

Nimmt man aber bei einem Spiralseil in der p^{ten} Lage nicht wie bisher üblich, die Drahtzahl $n = 6p$ sondern kleiner (z. B. $6p - 1$), so erhält man einen größeren Flechtwinkel. So z. B.

$$a\,b = 2\,p\,\delta \,.\, \frac{\sin 180}{6p-1} \,.\, \delta \frac{2\pi \,.\, p}{6p-1}$$

$$\sec\omega = \frac{2\pi\,p}{6p-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7a)$$

für $p = 3, \quad d = 7\,\delta, \quad r = 3\,\delta, \quad n = 3\,.\,6 - 1 = 17$

$$\sec\omega_{17} = 1{\cdot}108, \quad \omega_{17} = 25^0\,35'\,30''$$

$$K_{17} = \frac{2\,p}{2\,p+1} \,.\, \pi \,.\, \operatorname{cotg}\,\omega_{17} = 5{\cdot}6$$

$$tg\,\omega = 0{\cdot}48$$

Man kann derart Spiralseile mit viel steilerem Flechtwinkel ω bzw. mit kürzerer Schlaglänge herstellen, wenn dies für den Zweck des Seiles erforderlich ist. Hierauf wird später noch zurückgekommen werden.

Für die spätere Berechnung der Tragfähigkeit und Beanspruchung eines Spiralseiles üblicher Bauart aus i Drähten vom Durchmesser δ gelten nachfolgende Beziehungen:

$$i = 1 + 6 + 2\,.\,6 + 3\,.\,6 + 4\,.\,6 + \ldots\ldots + p\,.\,6 =$$
$$= 1 + 6\,(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + p) =$$
$$= 1 + 6\,\frac{p}{2}\,(p+1) =$$

$$i = 1 + 3\,p\,(p+1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Die wirkliche Querschnittsfläche des Seiles F_s ist gleich der Summe der tragenden Drahtquerschnitte.

$$F_s = i\,.\,\frac{\delta^2\,\pi}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$F = \frac{\mathrm{d}^2\,\pi}{4} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

wobei nach Gleichung (2) $d = (2p - 1)\delta$

$$F_s : F = i \frac{\delta^2 \pi}{4} : \frac{d^2 \pi}{4} = [1 + 3p(p - 1)] : [2p - 1]^2$$

$$(3p^2 - 3p + 1) : (4p^2 + 4p + 1) = {}^3/_4 + {}^1/_4 : (4p^2 + 4p + 1)$$

z. B. für $p = 2 \ldots . F_s : F = {}^3/_4 + {}^1/_4 : (16 - 8 + 1) =$

$$= 0{\cdot}75 + 0{\cdot}25 : 25 = 0{\cdot}75 + 0{\cdot}01.$$

Man sieht sofort, daß sich das Verhältnis $F_s : F$ schon für $p = 2$ von ${}^3/_4 = 0{\cdot}75$ nur um 0·01 unterscheidet und sich mit wachsendem p dem Grenzwert 0·75 nähert, so daß für praktische Zwecke genau genug gesetzt werden kann:

$$F_s : F = 0{\cdot}75 = c_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Bedeutet ferner J_s das Trägheitsmoment der i Drahtquerschnitte auf eine wagrechte Achse durch den Seilquerschnittsmittelpunkt im Gegensatz zu dem theoretisch aus dem Seildurchmesser d abgeleiteten Trägheitsmoment J, so gilt: (Abb. 12)

$$J_s = i \frac{\delta^4 \pi}{64} + \Sigma f . y^2 \quad . \quad . \quad (14)$$

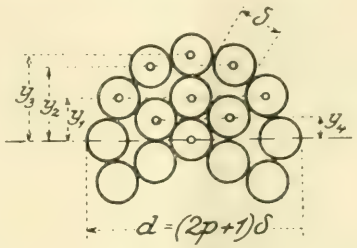


Abb. 12.

wobei $f = \frac{\delta^2 \pi}{4}$,

$$J = \frac{d^4 \pi}{64} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Es läßt sich berechnen, daß sich das Verhältnis $J_s : J$ ebenfalls einem Grenzwert für zunehmendes p nähert.

für	$p = 1$	$J_s : J = 0{\cdot}679$
	$= 2$	„ $= 0{\cdot}722$
	$= 3$	„ $= 0{\cdot}735$
	$= 4$	„ $= 0{\cdot}741$
	$= 5$	„ $= 0{\cdot}745$

Im Mittel ist $J_s : J = 0{\cdot}73 = c_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$

Genau genug kann nach Gleichung (13) und (16) der öfters vorkommende Wert

$$\sqrt{\frac{F_s}{J_s}} = \sqrt{\frac{F}{J}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

gesetzt werden. Ferner kann $c_1 = c_2$ eingeführt werden.

C. Flechtformel, Verseilungsziffer.

Es empfiehlt sich, die Bauart der Drahtseile durch eine allgemein zu vereinbarende Bezeichnung (Flechtformel) zu kennzeichnen, wofür eine der Seilerzeugung entsprechende, den chemischen Formeln nachgebildete Ziffernreihe, wie folgt, in Vorschlag gebracht wird*):

Wird um einen Kerndraht (1) eine Lage von 6 Drähten gelegt, so bezeichnet man eine solche Litze mit

$$1 + 6.$$

Erhält diese eine weitere Umflechtung durch 12 Drähte, so erhält man

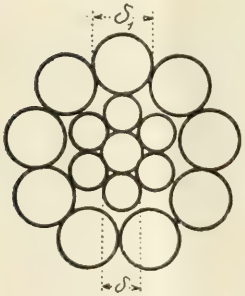
$$1 + 6 + 12$$

d. i. ein 19drähtiges Spiralseil; und weiter

$$1 + 6 + 12 + 18$$

das 37fädige Spiralseil. Das innerste Element steht als erstes Glied; daran reihen sich die weiteren Lagen in der Folge, wie sie wirklich geschlagen werden. Die Drahtstärke, die als „Nummer" des Drahtes in Zehntel-Millimetern angegeben wird, wäre als „Zeiger" (Index) entweder bei jeder einzelnen Lage oder für das ganze Seil gleichmäßig anzusetzen. Z. B.

$$1 + 6_{12} + 12_{12} + 18_{12} \quad \text{oder}$$
$$(1 + 6 + 12 + 18)_{12}.$$



$\delta_1 = 15\,\delta$

Abb. 13.

Erstere Schreibweise wäre vorzugsweise dort anzuwenden, wo — wie bei den sogenannten „Kompound"-seilen (Abb. 13) — in den Außenlagen (Deckdrähten) stärkere Drahtnummern verwendet werden. Z. B.

$$1_{20} + 6_{20} + 9_{30}.$$

Wird statt des Kerndrahtes eine Hanfseele verwendet, so wird dies mit h statt der Ziffer 1 angedeutet, wenn der Kerndraht ein Weicheisendraht ist, der für die Bemessung der Zugfestigkeit nicht mitzählt, wäre statt 1 das Zeichen 0 zu setzen. So wird die Litze aus 18 gleichen 0·8 *mm* starken um eine Hanfseele geschlagenen Drähten mit

$$(h + 6 + 12)_8$$

zu bezeichnen sein.

*) Eine ähnliche Flechtformel wurde schon vor längerer Zeit auch in der St. Egydier Drahtseilfabrik eingeführt, doch habe ich dieselbe dem mathematischen Gefühl entsprechend abgeändert. Siehe Öst. Zeitschrift f. Berg- und Hüttenwesen 1909, Nr. 20. Kroen, Die Prüfung der Drahtseile.

Werden mehrere Litzen, so wie beim Spiralseil die Drähte, zu einem Seil zusammengeschlagen, so erhält man ein Litzenseil, dessen Flechtformel (seiner Entstehungsweise nachgebildet) zu schreiben wäre:

$$II + 6\,(h + 6 + 12)_{12}$$

wodurch ein 108drähtiges Seil aus 6 Litzen und Hanfseele in den Litzen und im Seil bei 1·2 *mm* Drahtstärke gekennzeichnet ist.

Es kommen für besondere Zwecke auch Bauarten vor, die weder als reine Litzenseile noch als Spiralseile anzusprechen sind, deren Zusammensetzung aber durch die Flechtformel in übersichtlicher Weise dargestellt werden kann. Z. B.

$$(0 + 6 + 12)_{32} + 8\,(1 + 6)_{31}$$

ist ein Seil, bei welchem um einen Spiralseilkern von einem Weicheisenkerndraht mit 18 Stahldrähten vom Durchmesser 3·2 *mm* noch 8 siebenfädige Litzen von 3·1 *mm* Drahtstärke geschlagen sind. Die Schlaglängen der Drähte in den Litzen und der Litzen selbst sind nach den geometrischen Verhältnissen des Seilquerschnittes angenähert theoretisch vorherberechenbar; sie sind für die Beurteilung des Seiles jedoch stets durch Nachmessung festzustellen und anzugeben. (Die bisherige Gepflogenheit steht dazu im Gegensatz, da wegen des vorläufig noch bestehenden Mangels einer allgemein anerkannten Seilberechnungsmethode die Abhängigkeit der Seileigenschaften von den Elementen seiner Bauart, wozu insbesondere der Flechtwinkel zählt, nicht berücksichtigt, sondern meist überhaupt nur die Querschnittsgröße beachtet wurde.)

Im Seilbahnwesen wird vielfach auch die „Verseilungsziffer" ξ (Verseilungsfaktor) benützt, welche angibt, wievielmal schwerer die Längeneinheit eines Seiles gegenüber der Summe der Längeneinheiten seiner Drähte ist, was seinen Grund in der schraubenförmigen Wicklung der letzteren hat, so daß auf 1 *m* Seillänge eine um einige Hundertteile als die Einheit größere Zahl ξ für die Drahtlänge entfällt. Es ist aus Abb. 6 und Abb. 10 ohneweiters zu ersehen, daß

$$\xi = \sec\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

ist, oder bei mehreren Drahtlagen entspricht die Verseilungsziffer dem Mittelwerte von $\sec\omega$ für sämtliche Drähte. Praktisch wird die Verseilungsziffer in der Regel durch Abwiegen einer genau gemessenen Seillänge und Vergleich mit dem i-fachen (Zahl der Drähte) Gewicht der gleichen Drahtlänge bestimmt, wodurch man das ξ (abgesehen von dem Gewicht der Hanfseele) durch Versuch bekommt. Da

$$\sec^2\omega = 1 + \mathrm{tg}^2\,\omega,$$

so ist

$$\mathrm{tg}\,\omega = \sqrt{\xi^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

D. Litzenseile.

Bei Litzenseilen ist zu unterscheiden, ob der Windungssinn der schraubenförmig gewundenen Drähte in der Litze auch hinsichtlich der Flechtung der Litzen um die Hanfseele (Seilachse) beibehalten erscheint oder nicht. Ist dies der Fall, dann erhält man ein „Gleichschlagseil“ (Abb. 14), man spricht auch von „Albertschlag“ (nach

Abb. 14.

dem schon erwähnten Erfinder, Oberbergrat Albert) oder von „Langschlag“ (nach dem Engländer Lang, der auf diese Flechtart ein englisches Patent erhielt, obwohl dieselbe in Deutschland schon lange vorher bekannt, jedoch gänzlich außer Gebrauch gekommen war). Ist der Windungssinn der Drähte in der Litze dem der Litzenflechtung im Seil entgegengesetzt, so erhält man das „Kreuzschlagseil“ (Abb. 15). Schon bei äußerlicher Betrachtung zeigt sich der grund-

Abb. 15.

sätzliche Unterschied der beiden Flechtarten, indem beim Gleichschlag die jeweilig außen liegenden Drähte eine Neigung gegen die Seilachse gleich der Summe der Flechtwinkel ω_1 der Drähte in der Litze und ω_2 der Litzen im Seil zeigen, während dieselben beim Kreuzschlag entsprechend dem Unterschied $\omega_2 - \omega_1$ gegen die Längsachse geneigt sind. Da $(\omega_2 - \omega_1)$ jedenfalls ein kleiner Winkel ist und die sichtbaren Stücke der Drähte nur kurz sind, erweckt es den Anschein, als ob sie gleichlaufend zur Seilachse liegen würden.

Bezüglich des Flechtwinkels (ω_2) der Litzen im Seil ist zunächst zu bemerken, daß er stets größer ist als der (ω_1) der Drähte in den

Litzen oder bei Spiralseilen, weil die Litzen den ringförmigen Raum ihrer Lage nicht so genau ausfüllen als die vollen Kreisquerschnitte von Drähten, was aus Abb. 16 ersichtlich ist.

Der Querschnitt der Litze 1 liegt zwar gegenüber dem der Litze 2 so, daß kein Zwischenraum in der Lage ist, doch ist dieser Fall die einzige Stellung des Litzenquerschnittes, wo dies zutrifft. Jede andere (z. B. wie Litze 3 und 4 oder 2 und 3 in Abb. 16) gibt Zwischenräume und Gelegenheit, die Querschnitte ineinandergreifend anzuordnen. Zwar liegen die sich nahekommenden Drähte nicht parallel, sondern gekreuzt (doppelter Flechtwinkel ω_1 der Drähte) gegeneinander, immerhin kann die Lage der Litzen nur durch einen entsprechend großen Flechtwinkel ω_2 der Litzen zu einer genügend dichten gemacht werden, wodurch (ähnlich wie beim Spiralseil die Drahtquerschnitte) hier die Litzenquerschnitte elliptisch werden und daher die Lage satt ausfüllen. Die Erfahrung zeigt, daß sechslitzige Seile in der Regel Schlaglängen (h) gleich dem siebenfachen Seildurchmesser bei Kreuzschlag, bei Langschlag gleich dem achtfachen aufweisen, was Flechtwinkeln von 25° bis 22° entspricht. Die Litzen sind also verhältnismäßig öfter um die Seilachse gewunden als die Drähte in der Litze oder im Spiralseil.

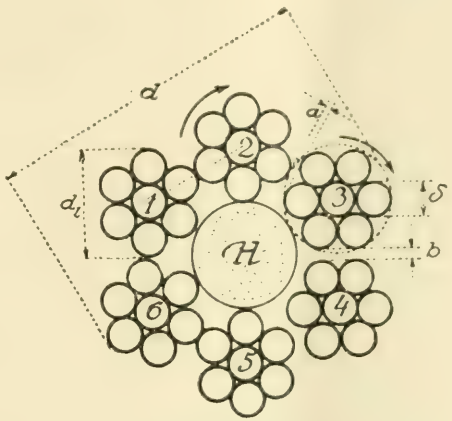


Abb. 16.

Zwischen den Windungslängen der Drähte und der Litzen im Verhältnis zum Seildurchmesser d und dem Litzendurchmesser d_l desselben Seiles ergeben sich je nach der Seilbauart, dem Verhältnis der Drahtstärken untereinander usw. verschiedene Beziehungen, die für den einzelnen Fall nach den geometrischen Verhältnissen nach dem Muster des nachfolgenden Beispieles errechnet werden können.

Es sei in der vorhergehenden Abb. 16 die Windungslänge h_l der Drähte in der Litze wegen des einfachen Schlages

$$h_l = 12\, d_l,$$

ferner die Schlaglänge der Litzen im Seil bei Gleichschlag

$$h = 8\, d,$$

so ist, weil $d = 3\, d_l$ (bei sechs Drähten in der Litze)

$$h = 24\, d_l$$

$h = 2\, h_l$, d. h.:

Die Drähte machen in diesem Falle doppelt soviel ganze Drehungen um die Litzenachsen als die Litzen selbst um die Seilachse. Wenn dieses Verhältnis auch nicht bei allen Seilen genau in der mathematischen Größe 2 ausgedrückt werden kann, so gilt es doch annähernd für fast alle gebräuchlichen sechslitzigen Seile. Um verschiedene geometrische Verhältnisse besser verfolgen zu können, denkt man sich die Mittellinie der Drähte und Litzen, als Wege von Punkten entstanden, die eine fortschreitende Bewegung in der Richtung der Seilachse und gleichzeitig eine Drechung um die Litzenachse mit der Winkelgeschwindigkeit φ_l ausführen, wobei sich die Litzenachse a ihrerseits wieder mit der Winkelgeschwindigkeit φ um die Seilachse bewegt (Abb. 17).

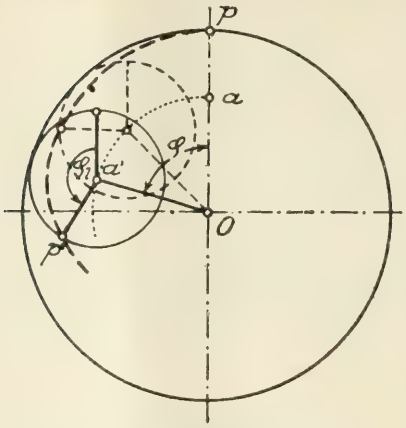


Abb. 17.

Da eine Schlaglänge (Schraubenganghöhe h oder h_l) einer ganzen Umdrehung entspricht, so verhalten sich die Schlaglängen der Litzen

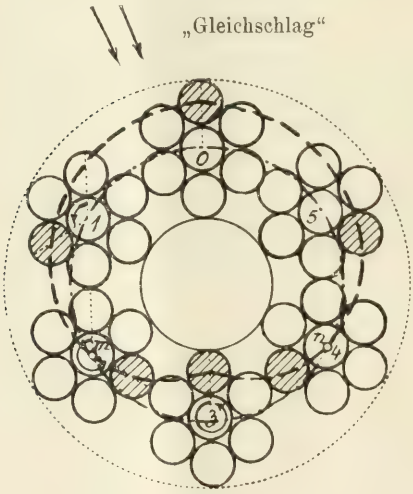


Abb. 18.

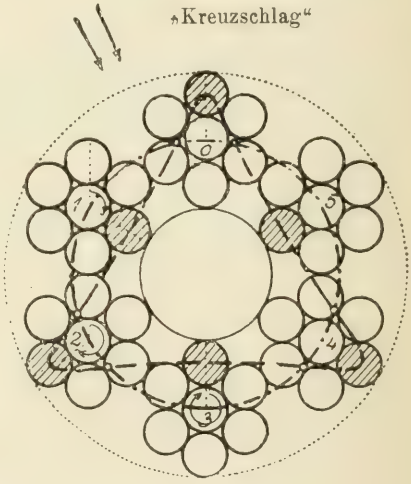


Abb. 19.

und des Seiles umgekehrt, wie die entsprechenden Winkelgeschwindigkeiten. Ein größerer (steilerer) Flechtwinkel gibt eine kurze (niedrige) Schraubenlinie und umgekehrt.

$$h : h_l = \varphi_l : \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Wird beispielsweise $h : h_l = 2 : 1$ angenommen, wie es bei vielen sechslitzigen Seilen näherungsweise tatsächlich der Fall ist, so folgt $\varphi : \varphi_l = 1 : 2$. Dieses einfache Verhältnis vorausgesetzt, sind nun die Projektionen der doppelten Schraubenwindungen in der Richtung der Seilachse für ein Gleichschlagseil (Abb. 18) und ein Kreuzschlagseil (Abb. 19) schematisch dargestellt.

Des weiteren gibt die Abb. 20, welche eine Draufsicht auf ein Litzenseil schematisch darstellt, Aufschluß über den Zusammenhang der gezeichneten Litzenquerschnitte. Schreitet man vom Seilquerschnitt o gegen den mit $\frac{\pi}{2}$ bezeichneten, um ein Viertel der Schlaglänge $\left(\frac{h}{4}\right)$ entfernten Querschnitt vor, so entspricht dies einer Drehung der Litze um 90° $\left(\frac{\pi}{2}\right)$; der Draht in der Litze hat sich indes schon um $2 \times 90^0 (= \pi)$ im Querschnitt gedreht, so daß er nunmehr am

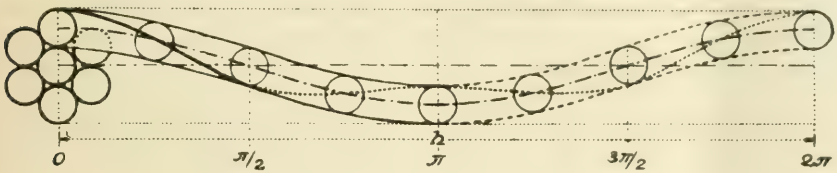


Abb. 20.

tiefsten Punkt der Litze erscheint. Es entspricht also ein Fortschreiten in der Richtung der Seilachse einer Drehung des Litzenquerschnittes im Sinne „entgegengesetzt der Uhrzeigerbewegung".

Mit Hilfe dieser Darstellungen läßt sich der Unterschied zwischen einem Gleichschlag- und einem Kreuzschlagseil anschaulich machen. Beim Gleichschlag kommt ein Draht längs einer ganzen Seilwindungslänge (h), entsprechend einer Litzendrehung von 360° (2π) um die Seilachse nur einmal an die (punktiert gezeichnete) Seiloberfläche. Sieht man ein Seil im Sinne der Pfeile von außen her an, so sind alle jene Drähte der Litze noch sichtbar, die außerhalb des (strichpunktierten) Kreises durch die Litzenmittelpunkte liegen, während die innerhalb dieser Zone befindlichen Drähte durch ihre Nachbarn verdeckt, somit unsichtbar sind. Da nun beim Gleichschlag die Drahtachse erst beim Punkte m, bzw. n (beiläufig bei 120°) innerhalb der bezeichneten Zone zu liegen kommt, so ist bei dieser Flechtart tatsächlich ein Draht verhältnismäßig lange (beiläufig auf zwei Drittel der Seilschlaglänge) sichtbar.

Beim Kreuzschlag tritt jeder Draht während einer ganzen Seilwindung ($\varphi = 360^0$ oder 2π) dreimal an die Oberfläche und da auch

hier hinsichtlich der Sichtbarkeit der Drähte dasselbe Kennzeichen besteht, wie beim Langschlagseil, so zeigt sich, daß bei Kreuzschlag ein Draht nur auf eine kurze Strecke — dafür aber dreimal in einer Seilwindungslänge — sichtbar bleibt. Die Drähte wechseln also öfter als beim Gleichschlag ihre Lage hinsichtlich der Seiloberfläche, sie sind öfter im Innern des Seiles. Dies hat zur Folge, daß sie durch gegenseitige Pressung von mehreren Seiten viel fester gehalten werden, so daß sie sich gegeneinander schwer verschieben können. Kreuzschlagseile sind daher weniger biegsam, als die Langschlagseile*).

E. Verschlossene Seile und sonstige besondere Flechtarten.

Das Bestreben die Oberfläche der als Tragseile für Hängebahnen zu verwendenden Drahtseile möglichst glatt und kreisförmig zu machen, führte zur Herstellung der sogenannten „patentverschlossenen“ Seile (Abb. 21) aus *S*-förmigen Formdrähten in der äußersten Drahtlage, Keildrähten in der darunterliegenden. Die *S*-Gestalt der Deckdrähte verhindert ein Herausspringen derselben bei Drahtbruch, wodurch gegebenenfalls eine Entgleisung der Laufräder der Seilbahnwagen hervorgerufen werden könnte. Solche Form- (Profil-) Drähte lassen sich aber nicht mit so großer Festigkeit herstellen, wie Runddrähte, sondern bloß mit Bruchfestigkeitszahlen von 100—120 *kg* für den *mm*², so daß der Vorteil der besseren Ausfüllung des Seilquerschnittes, wodurch ein kleinerer Seildurchmesser bei gleicher Zugfestigkeit im Verhältnis zum Runddrahtseil erzielt werden kann, wieder verloren geht. Wenn es auch einerseits ein Vorteil ist, daß gerissene Drähte im Querschnitt festgehalten werden, so tritt dies anderseits wieder als Nachteil in Erscheinung, wenn hiedurch die Beobachtung des Seilzustandes erschwert wird. Dies ist besonders bei den Tragseilen der Schwebebahnen ins Gewicht fallend, die größtenteils nur durch Besichtigung aus der Ferne beobachtet werden können. Man ist deshalb in neuester Zeit wieder mehr von der Anwendung der verschlossenen Seile abgekommen, da sie überdies auch im Preis teurer zu stehen kommen als Runddrahtseile. Um die Vor- und Nachteile der verschlossenen Seile möglichst auszugleichen, verwendet man die

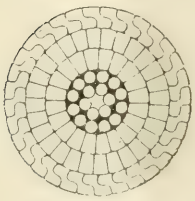


Abb. 21.

*) Die hier erwähnten geometrischen Beziehungen lassen sich wohl nur mit Zuhilfenahme von Modellen des Kreuzschlag- und Langschlagseiles wirklich anschaulich machen. Durch den hier angewendeten Text soll nur der Gedankengang festgelegt werden, wobei dem Verfasser bewußt bleibt, daß hiedurch allein eine vollkommen verständliche Darstellung wegen der Verwickeltheit der Elemente nicht erreicht werden konnte.

aus Frankreich stammende Bauart der „halbverschlossenen“ Seile (Abb. 22).

Man verwendet weiters auch noch Seile mit besonders geformten Litzen, z. B. flachlitzige (Abb. 23) oder dreikantlitzige Seile (Abb. 23a). Hiebei überwiegen im Seilquerschnitt häufig die Hanfseelen, wodurch diese Seile sehr biegsam („flexibel“) werden. Ferner kommen auch dreifachgeschlagene sogenannte „Kabelseile“ vor, die

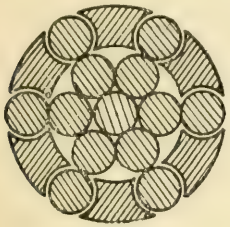


Abb. 22.

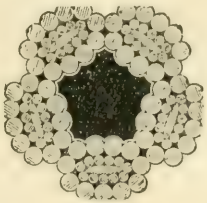


Abb. 23.

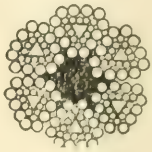


Abb. 23a.

entstehen, wenn man mehrere Litzenseile nochmals verflicht. Diese werden für sehr große Lasten bei Kranen u. dgl. verwendet.

Alle Drahtseile haben, da ihre Litzen den gleichen Windungssinn haben, das Bestreben sich freihängend geradezustrecken und sich aufzudrehen. Eine ohne Führung angehängte Förderlast würde also durch den „Drall“ — wie man die durch die Flechtung im Seil vorhandene Drehkraft bezeichnet — in drehende Bewegung kommen, wodurch aber auch das Seil selbst sein Gefüge verlieren würde. Man war daher bestrebt, „drallfreie“ Seile durch entsprechende Flechtarten zu erzeugen, doch sind diesbezügliche Versuche bisher nicht befriedigend ausgefallen.

II. Theorie der Seillinie.

Das Wesentliche bei den Schwebeseilbahnen liegt darin, daß das tragende Organ (Tragseil) gleichzeitig auch unmittelbar als Fahrbahn zu dienen hat, trotzdem es während des Betriebes nicht in der gleichen Höhenlage bleibt, sondern diese mit dem Fortschreiten der beweglichen Last ständig ändert. Diese „unruhige“ — (im Gegensatz zu der bei den sonstigen Eisenbahnen „festen“) — Fahrbahn ergibt Konstruktionsbedingungen, für die sich keine Gleichstücke bei anderen Eisenbahnen (Fördermitteln) oder Bauwerken finden lassen, so daß die dort angewandten Lehrsätze für den Seilschwebebahnbau vielfach gänzlich neu aufgestellt, umgestaltet oder doch ergänzt werden müssen.

A. Zweck und Wirkungskreis des Spanngewichtes.

Soll ein Tragseil, das wegen seiner größeren Länge an mehreren Stellen mittelst Auflagerschuhen unterstützt werden muß, gleichzeitig als Fahrbahn dienen und soll in demselben, wie es aus Sicherheitsgründen erforderlich ist, die Beanspruchung einen Höchstwert nicht übersteigen, so muß das Seil auf den Stützen (Auflagern) in der Längenrichtung verschiebbar, somit lose aufgelegt werden und in seiner möglichst gestreckten Lage durch ein Spanngewicht (G) (Abb. 24 und 26) erhalten werden.

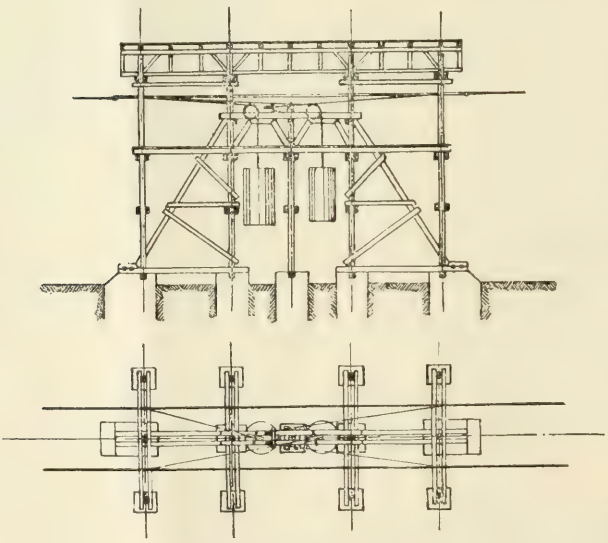


Abb. 24. Streckenspannstation.

Eine unnachgiebige Befestigung des Seiles an den Stützen würde beim Wandern der Last von einer Stütze über das Seil zur nächsten

zu großen Schwankungen der Seilspannungen führen und außerdem ein Überfahren der Befestigungspunkte nicht gestatten. Dies wird durch untenstehende Abb. 25, die ein zwischen zwei Punkten A und B fest angebrachtes Seil von bestimmter Länge darstellt, erkennbar. Wandert eine Einzellast Q von der Stütze A nach rechts, indem sie sich auf das Tragseil stützt, so wird die Summe der links und rechts vom Laststützpunkte befindlichen Seilstücke stets gleich der festen Seillänge sein. Oder der jeweilige Seilstützpunkt liegt auf einer Ellipse, deren große Achse gleich der Seillänge ist. Der zugehörige Kräfteplan

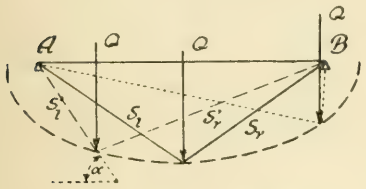
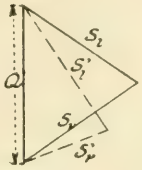


Abb. 25.



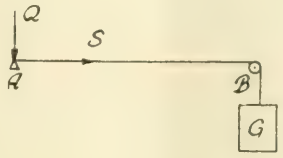
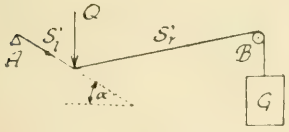


Abb. 26 a.

zeigt sofort, daß bei jeder Laststellung andere Seilspannungen auftreten. Befindet sich die Last im Querschnitt B, so würde das zunächst gewichtslos und vollkommen biegsam gedachte Seil eine derartige Form annehmen, daß das bisher rechts der Last liegende Seilstück sich vollkommen lotrecht einstellen würde. Ein weiteres Bewegen



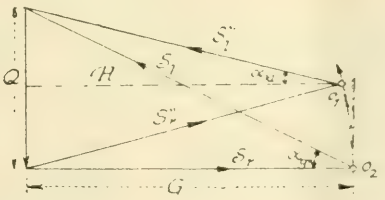


Abb. 26 b u. c.

der Last — etwa durch den Angriff des Zugseiles — nach rechts ist nicht mehr möglich. Die Last müßte lotrecht aufwärts gehoben werden; sie kann also auf diese Weise die Stütze nicht überfahren.

Man hat deshalb bei Seilschwebebahnen die Einrichtung getroffen, daß die Seillänge zwischen zwei Stützen veränderlich ausgebildet wird, was durch das an einem Seilende angebrachte Spanngewicht bewirkt wird. Der Unterschied einer solchen Einrichtung gegenüber der festen Verankerung ergibt sich aus nachfolgender Betrachtung (Abb. 26 a bis 26 d).

Wird nach Abb. 26 a ein zunächst ebenfalls gewichtslos und vollkommen biegsames Seil an einem Ende A befestigt, am anderen (B)

aber um eine bewegliche Rolle gelegt und durch das Spanngewicht G in gestreckter Lage gehalten, so wird im unbelasteten Zustand das Seil die gerade Linie $A\ B$ bilden. Bewegt sich ähnlich, wie im ersten Fall, eine auf das Seil gestützte Last Q von links nach rechts, so wird sich zwar eine Einsenkung des Seiles ergeben, diese wird aber, wie aus dem zugehörigen Kräfteplan der entsprechenden Seillinie folgt, bei Belastung in der Nähe der Stütze A oder B sehr klein sein (Abb. 26 d).

Und da die Seilspannkräfte S_r (S_r', S_r'', S_r''' usw.) jeweils rechts vom Stützpunkt der Last wegen der Rollenwirkung des Auflagers B gleich dem Spanngewicht G sein müssen, wird der steilste Winkel der Fahrbahn (α_{gr}) durch den Grenzwert

$$\operatorname{tg} \alpha_{gr} = \frac{Q}{S_r} = \frac{Q}{G} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

bestimmt sein, somit in annehmbaren Grenzen gehalten werden können. Der Größtwert des Winkels tritt bei einer Laststellung unmittelbar neben der Stütze A oder B ein; alle anderen Neigungswinkel sind kleiner. Da das Spanngewicht G für die praktischen Ausführungen stets als ein Vielfaches (25- bis 30fach) der Last Q gewählt wird, so daß der Kreisbogen $o_1\ o_2$ praktisch genau durch eine zu Q gleichlaufende Gerade ersetzt werden kann, wird der Winkel überhaupt nur in geringen Grenzen schwanken. Sein Kleinstwert ($\operatorname{tg} \alpha_{kl}$) tritt bei der Laststellung in der Feldmitte ein:

$$\operatorname{tg}\ \alpha_{kl} = \frac{Q}{2} : H = \frac{Q}{2\,G} = {}^1/_2 \operatorname{tg}\ \alpha_{gr}.$$

Es tritt noch weiters der für das Rollen der Last am Seil günstige Umstand ein, daß der steilere Teil der Fahrbahn (in Abb. 26 d rechts

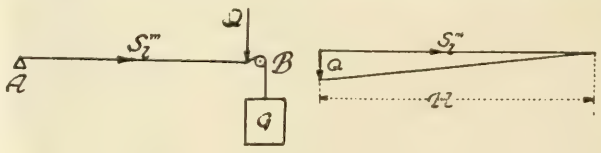


Abb. 26 d.

der Last gelegen) mit dem Fortschreiten der Last kürzer wird und bei α_{gr} gleichzeitig Null wird.

Es tritt also durch die Wirkung des Spanngewichtes beim Nähern der Last an den Stützpunkt ein Heben derselben derart ein, daß ein Überschreiten des letzteren ohne Überwindung eines Höhenunterschiedes möglich ist. Die Wirkung des Spanngewichtes kann somit am zutreffendsten mit der als „Gewichtsspeicher" bekannten Vorrichtung in Vergleich gezogen werden.

Aus dem Kräfteplan der Abb. 26 c ist leicht ersichtlich, daß bei

einem gegenüber Q verhältnismäßig großen G, welche Kraft auch gleich der jeweiligen Spannung S_r des rechten Seilstückes ist, auch die Spannkräfte S_l links von der Last nicht sehr viel schwanken und sich bei den in der Praxis vorkommenden, verhältnismäßig kleinen Winkeln (α) fast der Größe G (Spanngewicht) oder der im Kräfteplan mit H bezeichneten Horizontalkraft nähern werden. In der Praxis wird deshalb häufig zur Vereinfachung der Berechnung die Horizontalspannkraft (H) dem Spanngewicht (G) und der Seilzugkraft (S_l oder S_r) gleichgesetzt

$$S \doteq S_l \doteq S_r \doteq H \doteq G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Spanngewichte den Zweck haben, das Überfahren der Seilstützen zu ermöglichen und eine ziemlich gleichbleibende Längsspannung im Tragseil zu gewährleisten.

In der Wirklichkeit kann das zuletzt angegebene Ziel wegen des Eigengewichtes des Seiles nicht vollkommen erreicht werden. Auch hindern die Reibungskräfte auf den Seilauflagerschuhen die theoretisch notwendige vollständig freie Beweglichkeit des Tragseiles. Nichtsdestoweniger werden für den ersten Entwurf die Beziehungen der Gl. (22) als geltend angenommen und die genaueren Berechnungen erst für das feststehende Projekt durchgeführt. Hierauf wird jedoch erst in dem späteren Abschnitt IV des Näheren eingegangen werden.

B. Mathematische und mechanische Grundbegriffe.

a) Einzellasten.

Setzen wir den allgemeinen Fall voraus, daß nach Abb. 27 ein gewichtslos und vollkommen biegsames Seil (Faden) im Punkte b fest-

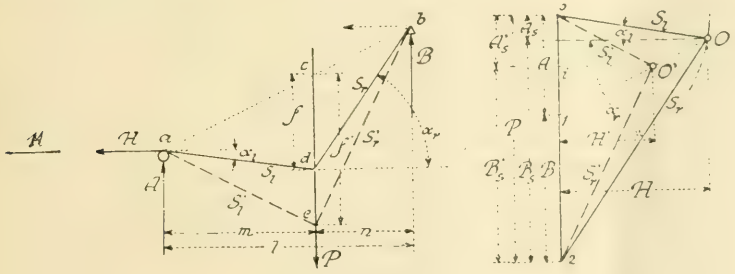


Abb. 27.

gehalten, am Rollenauflager a jedoch beweglich gelagert und durch die Horizontalkraft H gespannt sei.

Wir setzen hier auch die Beziehungen der Gl. (22) voraus und rechnen zunächst mit der Horizontalkraft H, obwohl schon bekannt ist,

daß eigentlich nicht sie, sondern die Größe des Spanngewichtes (G) selbst die Seilspannung (S_l) regelt. Diese vereinfachende Annahme wird nur zu dem Zwecke gemacht, um auf die in den Handbüchern enthaltenen Formeln zu kommen; die streng richtigen Beziehungen sind aber nach den gegebenen Erläuterungen unschwer festzustellen, wenngleich sie in der Praxis nicht Eingang gefunden haben.

Wirkt nun auf dieses Seil im Abstand m vom linken, bzw. n vom rechten Stützpunkt (b) eine lotrechte Einzellast (P), so wird das Seil sich bei einem gewissen Durchhang (f) in einen Gleichgewichtszustand einstellen, indem die im Punkte d zusammentreffenden Seilspannungen (S_l und S_r) mit der Last P zusammen die mechanischen Gleichgewichtsbedingungen erfüllen, was sich im Kräfteplan durch ein geschlossenes Kräftedreieck ($o\,2\,O$) ausdrückt. Nachdem die Beziehungen zwischen Kräfte- und Seilvieleck als bekannt vorausgesetzt werden können, so wird nur in Kürze erwähnt, daß man zur zeichnerischen Bestimmung des richtigen Durchganges (f) bei einer gegebenen Horizontalkraft (H) folgendermaßen verfährt:

Man bestimmt zunächst die beiden Auflagerkräfte (A, B) eines freiaufliegenden Trägers, indem man vorerst ein Seileck mit dem einen beliebig geneigt angenommenen Seilstrahl $a\,e$ zeichnet, dem der gleichlaufende Kräftestrahl $o\,O`$ entspricht. Der zweite Seilstrahl ergibt sich als Verbindung der Punkte $e$ mit $b$ und hiezu wird durch den Endpunkt (2) der die Kraft $P$ darstellenden Strecke $o\,2$ eine gleichlaufende Linie ($2\,O`$) gezeichnet, wodurch sich der Schnittpunkt $O`$ als Pol des Kräfteeckes ergibt. Die beiden Auflagerkräfte ($o\,1$ und $1\,2$) des freiaufliegenden Trägers erhält man sofort durch Zeichnen der zu $a\,b$ gleichlaufenden Schlußlinie ($O`\,1$).

$o\,O`$ und $O`\,2$ stellen gleichzeitig die Größen der links und rechts vom Laststützpunkt (e) eintretenden Seilspannkräfte $S_l`$ und $S_r`$) dar, deren wagrechte Teilkraft durch den Polabstand ($H`$) gekennzeichnet ist. Bei einer solchen Seilform wären die wirklichen Auflagerdrücke ($A_s`$ und $B_s`$) des Seiles (zum Unterschiede von einem Balkenträger) durch Zerlegung der Seilspannungen $S_l`$ und $S_r`$ in ihre lotrechte und wagrechte Teilkraft zu finden, was in einfachster Weise durch Ziehen der wagrechten Schlußlinie $O`_i$ bewirkt werden kann.

Da es aber nicht die Horizontalkraft $H`$, sondern im vorliegenden Falle die durch das Spanngewicht geregelte Kraft $H$ ist, für die der Durchhang ($f$) bestimmt werden soll, so muß bei Beibehaltung der Richtung der Schlußlinie $1\,O`$ ein Pol O gesucht werden, für den des Polabstand H ist. [Richtig sollte eigentlich, nachdem das Spanngewicht unmittelbar die anschließende Seilspannung (hier S_l) regelt, ein Pol gesucht werden, bei dem die Spannkraft S_l gleich dem G ist, war

ebenso leicht durch Schnitt der Linie 1 O mit einem Kreis mit $R = G$ aus dem Mittelpunkte o möglich ist.] Nach Bestimmung des richtigen Poles O stellen $o\,O$ und $O\,2$ die Größen der Seilspannkräfte (S_l und S_r) links und rechts vom Laststützpunkte dar.

Die Auflagerdrücke (A und B) des freiaufliegenden Trägers ergeben sich in bekannter Weise mit

$$A = \frac{P}{l} . n, \quad B = \frac{P}{l} . m \text{ und } A + B = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Hingegen sind die Auflagerdrücke des Seiles im vorliegenden Falle (A_s und B_s) durch die lotrechten Teilkräfte der Seilspannungen gegeben.

$$A_s = S_l \sin \alpha_l, \quad B_s = S_{r_i} \sin \alpha_r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Da das Dreieck $a\,c\,d$ dem Dreieck $o\,1\,O$ ähnlich ist, so ist:

$$(c\,d = f) \qquad f : m = A : H$$

$$f = m \frac{A}{H} \text{ und mit Gl. (23)}$$

$$f = \frac{m . n . P}{l . H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25),$$

wodurch der durch eine Einzellast hervorgerufene größte Durchhang gegeben ist. Wie aus der Gl. (25) ersichtlich ist, ist f unabhängig von der Höhenlage der Stützen.

Aus der Mechanik ist weiters bekannt, daß der Durchhang den mehrere Einzellasten hervorrufen ebenso durch Zeichnen des entsprechenden Seileckes gefunden werden kann. Ferner ist die Einsenkung, die mehrere Lasten hervorbringen, gleich der Summe der Einsenkungen, welche durch jede Einzellast für sich erzeugt werden, so daß man die Einflüsse solcher Kräfte einzeln untersuchen und schließlich geometrisch summieren kann.

Die Einsenkung in der Mitte der Spannweite bei

$$m = n = \frac{l}{2} \text{ ist nach Gl. (25)}$$

$$f_m = \frac{P . l^2}{4\,l\,H} = \frac{P . l}{4 . H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25')$$

Hier soll nur an die ebenfalls bekannten Beziehungen zwischen den Abstichen des Seildurchhangs-Vieleckes und der im Ingenieurwesen häufig vorkommenden Momentenfläche des freiaufliegenden Trägers verwiesen werden, um daran zu erinnern, daß alle diesbezüglichen Gesetze des theoretischen Brückenbaues zur Ermittlung der Seillinien bei veränderlichen Laststellungen Anwendung finden können. Eine ganz besondere Ähnlichkeit besteht zwischen Seillinie und Bogenträger, wenn man sich die Druckkräfte des Bogens durch die Zugspannungen im Seil, den Horizontalschub durch die Horizontalspannkraft (H) ersetzt denkt.

b) Gleichförmig verteilte Last.

a) Zeichnerisches Verfahren.

Es wird zur Vereinfachung des Verfahrens angenommen, daß die Last gleichmäßig auf die wagrechte Spannweite verteilt ist, was bei den meisten schwachgeneigten und flachen Seilbahnen mit genügender Genauigkeit zutrifft. Es kann somit die Gesamtbelastung (P) der Stützweite (l) als Vielfaches der Länge (l) selbst dargestellt werden, wenn p die Belastung der Längeneinheit ist.

$$P = p \,.\, l$$

$$P_x = p \,.\, x \qquad P_m = p \,.\, m \text{ usw.}$$

Reiht man in bekannter Weise in einem Kräfteplan (Abb. 28) die Lasten in der Linie $o\,3$ an und geht nun in gleicher Art, wie in

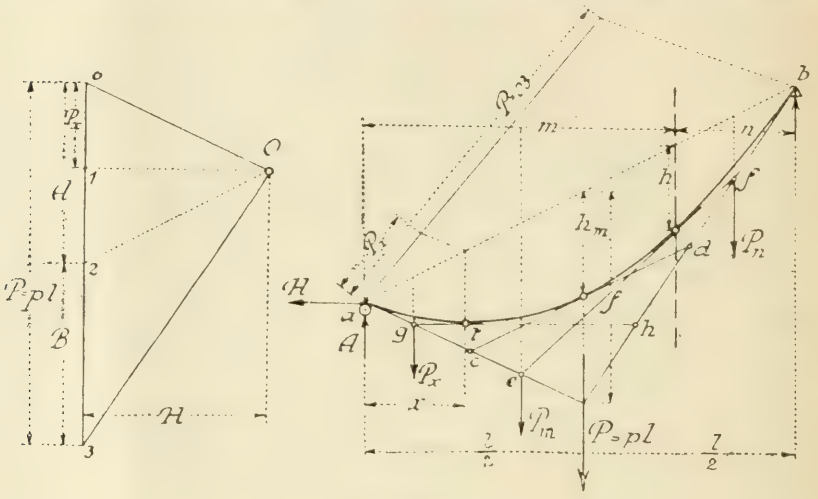


Abb. 28.

Abschnitt *a)* erläutert, vor, indem man zunächst die Auflagerkräfte (A und B) des freiaufliegenden Balkenträgers bestimmt und mit der als gegeben angenommenen Horizontalspannkraft H das Kräftedreieck $o\,O\,3$ zeichnet, so erhält man im zugehörigen Seileck die Form des Seiles bei der gegebenen Belastung. Da die Last gleichmäßig verteilt ist, so geht das Seileck in eine gekrümmte Durchhangslinie (in diesem Belastungsfall eine Parabel) über.

$$A = B = p \,.\, \frac{l}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Der Durchhang (h) an einer beliebigen Stelle (Entfernung m vom Auflager a, n von b) kann leicht dadurch gefunden werden, daß man die Gesamtlast P in die beiden Teillasten $P_m = p \,.\, m$ und $P_n = p \,.\, n$ zerlegt. Das Seileck $a\,e\,f\,b$ für diesen Belastungsfall gibt an der Stelle

$x = m$ unmittelbar den zu suchenden Durchhang h. In gleicher Weise kann man den Durchhang (h_m) in der Mitte der Spannweite oder am tiefsten Punkt (t) ermitteln, indem man jeweilig die Teillasten links und rechts des in Betracht kommenden Querschnittes bestimmt. Für den tiefsten Punkt (t) besteht die Bedingung, daß der dort berührende Seilstrahl ($g\,h$) wagrecht sein muß. Dementsprechend findet sich die Teilkraft P_x links vom zu suchenden Punkte t durch Fällung der Senkrechten $O\,1$ auf die Kraftstrecke $o\,3$. Die zugehörige Länge x steht zur Gesamtspannweite l im gleichen Verhältnis wie die Teilkraft P_x zur Gesamtbelastung P, da ja nach früherem $P_x = p\,.\,x$ und $P = p\,.\,l$.

$$P_x : P = x : l.$$

Da die Teilkraft P_x in der Entfernung $\frac{x}{2}$ angreifend gedacht werden kann, ergibt sich der Punkt g, in welchem dann die wagrechte tiefste Tangente ($g\,h$) gezeichnet werden kann.

Aus der Abb. 28 ersieht man auch ohneweiters das Verhältnis dieses Belastungsfalles — für gleichförmig verteilte Last — zur Belastung durch die Kraft P als Einzellast.

$$h_m = \frac{f_m}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

Somit mit Gleichung (25) aus Abschnitt *a*)

$$h_m = \frac{1}{2}\,\frac{P\,l}{4\,.\,H} = \frac{p\,.\,l^2}{8\,H} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

β) Rechnerisches Verfahren.

(Theorie der Kettenlinie.)

Ein Seil vom Gewichte q pro Längeneinheit m nimmt zwischen zwei Stützpunkten die Form einer Kettenlinie an. Diese Kurve spielt im Seilbahnbau zur Ermittlung der maßgebenden Größen (wie Seildurchhang, Spannungen, Knickwinkel, usw.) eine wichtige Rolle und muß daher auf ihre Theorie näher eingegangen werden.

Ein Seilpolygon mit unendlich kleinen Seiten von der Länge $d\,s$ und dem Eigengewichte $d\,P$ geht in eine stetige Kurve über (Abb. 29). Ist die Belastung $d\,P$ der Seillänge $d\,s$ verhältnisgleich, so ergibt sich als Seillinie eine gemeine Kettenlinie, deren Horizontalkraft wir zunächst als gegeben annehmen.

Betrachten wir das Bogenstück $d\,s$, welches unter dem Winkel α gegen die Wagrechte geneigt ist. An seinem linken Ende herrsche die Tangentialspannung T, an seinem rechten T'.

$$d\,T = T' - T.$$

Die auf die Länge $d\,s$ entfallende Belastung ist

$$d\,P = q\,.\,d\,s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

Aus dem Dreiecke $a\,b\,c$ folgt:

$$d\,T = d\,P \,.\, \sin\alpha = q \,.\, d\,s \,.\, \sin\alpha,$$

$$\frac{d\,T}{d\,s} = q \,.\, \sin\alpha \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

$$T \,.\, d\,\alpha = d\,P \,.\, \cos\alpha = q \,.\, d\,s \,.\, \cos\alpha$$

$$T \,.\, \frac{d\,\alpha}{d\,s} = q \,.\, \cos\alpha$$

und da $d\,s = \varrho \,.\, d\,\alpha$, so ist ($\varrho$ = jeweiliger Krümmungshalbmesser) $\quad T \,.\, \dfrac{1}{\varrho} = q \,.\, \cos\alpha \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$

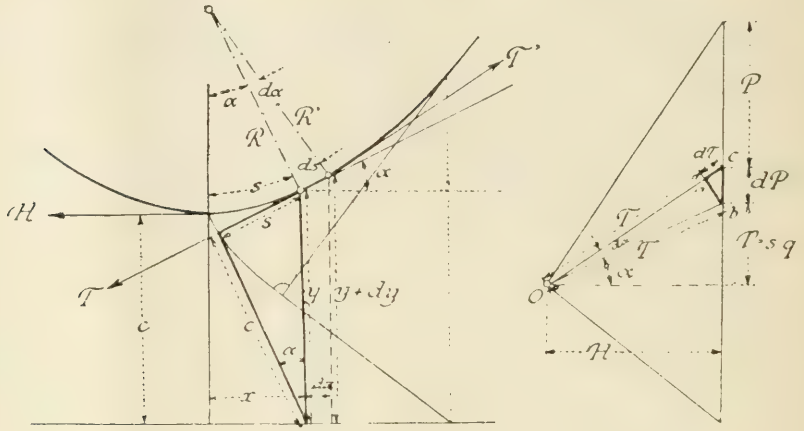


Abb. 29.

Aus Gleichung (30) folgt, da $\dfrac{d\,y}{d\,s} = \sin\alpha$:

$$q \,.\, \frac{d\,y}{d\,s} = \frac{d\,T}{d\,s}$$

$$q \,.\, \int_o^y d\,y = \int_o^s d\,T \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30a)$$

$$T - H = q\,(y - c) \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Nehmen wir c so an, daß die Horizontalspannkraft

$$H = q \,.\, c \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33),$$

dann geht Gleichung (32) über in

$$T = q \,.\, y \;. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

Die Gleichungen (32), (33) und (I) beinhalten einige für den Entwurf von Seilkurven wichtige Beziehungen:

Die jeweilige Längs-(Tangential-)spannung (T) in einem beliebigen Punkte ist der Ordinate y der Kettenlinie verhältnisgleich. Nehmen

wir einen Kräftemaßstab an, dessen Einheit die Belastung der Längeneinheit des Seiles q ist, so geben die Ordinaten der Kettenlinie unmittelbar die Seilspannungen an.

Im tiefsten Punkte der Seilkurve (dem Scheitel der Kettenlinie) ist die Spannung durch den Parameter c, der die Kurve kennzeichnet, gegeben.

Man kann sagen, daß c jene Länge der Kettenlinie ist, deren Belastung der Horizontalspannkraft gleichkommt.

Gleichung (30a) besagt, daß der Unterschied der Spannungen in zwei verschieden hoch gelegenen Punkten durch den Höhenunterschied derselben — im Kräftemaßstab gemessen — gegeben ist.

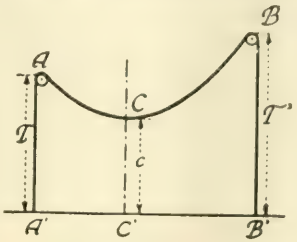


Abb. 30.

Eine mechanische Eigenschaft der Kettenlinie, welche die Vorstellung über die Spannungen in derselben erleichtert, ist durch die sogenannten „Hängestücke“ gegeben (Abb. 30).

Denkt man sich ein Seil vom Gewichte q für die Längeneinheit auf zwei ungleich hohe Rollen A und B aufgelegt, so wird es sich dann von selbst im Gleichgewichte halten, wenn die herabhängenden Seilstücke AA' und BB' bis zur Leitlinie der Kettenlinie reichen. Die Leitlinie selbst kann dabei in verschiedenen Abständen c von der Kettenlinie angenommen werden, wodurch sich aber auch die Form der letzteren ändert.

Zwischen der Längsspannung T und ihrer lotrechten und wagrechten Teilkraft V und H bestehen folgende einfache Beziehungen:

$$V = H \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Da aber $V = s \,.\, q$ und $H = c \,.\, q$ ist, so ist

$$s = c \,.\, \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{II})$$

$\operatorname{tg} \alpha$ wird im Seilbahnbau meist in Prozenten angegeben und es stellt sich daher die Bogen-(Seil-)länge in einfachster Weise als der dem Tangentenwinkel des Endpunktes entsprechende Bruchteil des Parameters c dar.

$$T = H \sec \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Da $T = q \,.\, y$ und $H = q \,.\, c$ ist, so folgt

$$y = c \,.\, \sec \alpha \ldots . \text{ oder}$$

$$y = c \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{c}\right)^2}$$

$$y = \sqrt{c^2 + s^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Die Gleichungen (II) und (36) zeigen, daß y die Hypothenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes ist, dessen beide Katheten c und s sind (Abb. 29.)

Die Kräfte T, H nnd V, welche den Längen y, c und s verhältnisgleich sind, stehen ebenfalls in einer der Gleichung (36) entsprechenden Beziehung,

$$T = \sqrt{H^2 + V^2} \quad \ldots \ldots \quad (37),$$

was übrigens auch unmittelbar aus dem Kräfteplan der Abb. 29 zu folgern ist.

Der Vollständigkeit halber soll hier noch die analytische Gleichung der Kettenlinie abgeleitet werden, obwohl mit dieser in der Praxis nicht gearbeitet wird.

Aus dem Dreieck $y - s - c$ folgt:

$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds} = \frac{c}{y} = \frac{c}{\sqrt{s^2 + c^2}}$$

$$dx = c \cdot \frac{ds}{\sqrt{s^2 + c^2}} \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

Für die Integration wird eine Hilfsvariable

$$u = \frac{y - s}{c} \quad \text{eingeführt.}$$

$$u = \frac{1}{c} \left(\sqrt{s^2 + c^2} - s \right)$$

$$du = \frac{ds}{c} \cdot \frac{s - \sqrt{s^2 + c^2}}{\sqrt{s^2 + c^2}}$$

$$\frac{du}{u} = - \frac{ds}{\sqrt{c^2 + s^2}}$$

Aus Gleichung (38) folgt:

$$dx = - c \frac{du}{u}$$

$$x = - c \log \text{nat } u$$

$$- \frac{x}{c} = \log \text{nat } u$$

$$u = e^{- \frac{x}{c}}$$

wobei e die Basis der natürlichen Logarithmen und gleich

2·71828183 .... ist.

Die Integrationskonstante C ist Null, weil für $x = \emptyset$, $s = \emptyset$, $y = c$, $u = 1$ wird.

$$e^{- \frac{x}{c}} = \frac{y - s}{c} \quad \ldots \ldots \quad (39)$$

$$e^{\frac{x}{c}} = \frac{1}{u} = \frac{c}{y - s} = \frac{c\,(y + s)}{y^2 - s^2} = \frac{c\,(y + s)}{c^2} =$$

$$= \frac{y + s}{c} \quad \ldots \ldots \quad (40)$$

Durch Bilden der halben Summe der Gleichungen (39) und (40) erhält man:

$$y = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

als Gleichung der Kettenlinie.

Für die Praxis liefert die

Parameterdarstellung der Kettenlinie,

welche die Größen x, y, s und den Krümmungshalbmesser R als Funktionen des Neigungswinkels α ausdrückt, brauchbare Werte, welche, in Tafeln zusammengefaßt, die Lösung der verschiedenen Aufgaben des Seilbahnbaues gestatten. Solche Tafeln sind am Ende dieses Buches angeschlossen.

Die mathematischen Grundlagen dieser Darstellung sind im nachfolgenden gegeben.

Aus dem rechtwinkeligen Dreiecke $y - s - c$ (Abb. 29) ist zu ersehen, daß

$$y = \sqrt{c^2 + s^2} \ldots . s = \sqrt{y^2 - c^2}$$
$$s = c \operatorname{tg} \alpha.$$
$$y = \sqrt{c^2 + c^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} = c \,.\, \sec \alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

oder

$$y = \frac{c}{\cos \alpha} = \frac{s}{\sin \alpha}$$
$$s = y \sin \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Nach Gleichung (II) ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{s}{c}$$
$$dx = \frac{c \,.\, dy}{s} = \frac{c \,.\, dy}{\sqrt{y^2 - c^2}}.$$

Allgemein lautet das Integral eines derartigen Ausdruckes:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a + b x^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \log \text{nat} \left[x \sqrt{b} + \sqrt{(a + b x^2)}\right] + C.$$

Da hier für $x \ldots . y$, $b \ldots 1$ und $a \ldots . - c^2$ zu setzen ist, so folgt für den vorliegenden Fall:

$$x = c \,.\, \log \text{nat} \left[y + \sqrt{y^2 - c^2}\right] + C.$$

Für $x = \emptyset$ und $y = c$ geht die Gleichung über in:

$$\emptyset = c \,.\, \log \text{nat} \left[c + \emptyset\right] + C$$
$$C = - c \log \text{nat} \, c.$$

Es ist daher

$$x = c\left[\log\text{nat}\left(y + \sqrt{y^2 - c^2}\right) - \log\text{nat}\, c\right]$$

$$x = c\log\text{nat}\frac{y + \sqrt{y^2 - c^2}}{c}.$$

Mit $y = c\sec\alpha$ wird

$$x = c\log\text{nat}\frac{c\left(\sec\alpha + \sqrt{\sec^2\alpha - 1}\right)}{c} =$$

$$= c\log\text{nat}\left(\sec\alpha + \operatorname{tg}\alpha\right) =$$

$$= c\log\text{nat}\operatorname{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(IV)}$$

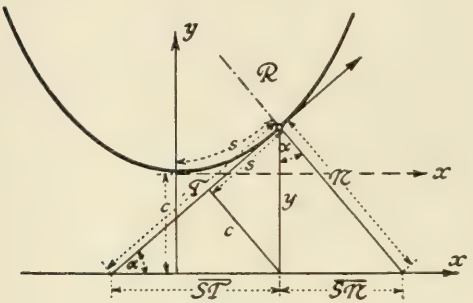


Abb. 31.

Kennzeichnende Größen eines Kurvenpunktes sind außer den bisher bestimmten noch die Normale, Tangente, Subnormale, Subtangente und der Krümmungshalbmesser.

Allgemein gilt für

die Normale: $N = y\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} = y\,.\sec\alpha$

„ Tangente: $T = y\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha} = y\,.\operatorname{cosec}\alpha$

„ Subnormale: $\overline{SN} = y\operatorname{tg}\alpha$

„ Subtangente: $ST = y\operatorname{ctg}\alpha$

den Krümmungshalbmesser: $R = -\dfrac{ds^3}{dx\,.\,d^2y}$,

wobei das negative Vorzeichen anzeigt, daß die Kurve gegen die Abszissenachse konvex ist.

Weil in dem vorliegenden Falle

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{s}{c}\ ;\ \operatorname{ctg}\alpha = \frac{c}{s}\ ;\ \sec\alpha = \frac{\sqrt{c^2 + s^2}}{c}$$

ist, so gehen die oben angeschriebenen Gleichungen in folgende Form über:

$$N = \frac{y^2}{c} = c \,.\, \sec^2 \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

$$T = c \,\frac{1}{\cos \alpha \sin \alpha} = c \,.\, \frac{1}{\cos^2 \alpha \,.\, \operatorname{tg} \alpha} \quad . \quad . \quad (44)$$

$$\overline{SN} = c \,.\, \sec \alpha \,.\, \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

$$\overline{ST} = c \,.\, \operatorname{cosec} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

$$R = -\frac{d s^3}{d x \,.\, d^2 y} = \frac{(d x^2 + d y^2)^{\frac{3}{2}}}{d x \, d^2 y - d y \, d^2 x}$$

Nach Gleichung (IV) ist:

$$d x = c \,\frac{d \operatorname{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)} = c \,.\, \frac{\frac{1}{2} d \alpha}{\cos^2 \alpha \left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right) \operatorname{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)} =$$

$$= c \,\frac{\frac{1}{2} d \alpha}{\cos\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)} = c \,\frac{\frac{1}{2} d \alpha}{\frac{1}{2} \sin\left(90^0 + 2\,\frac{\alpha}{2}\right)} =$$

$$= c \,.\, \frac{d \alpha}{\cos \alpha}$$

$$d^2 x = c \, d \alpha^2 \,.\, \operatorname{tg} \alpha \,.\, \sec \alpha.$$

Nach Gleichung (III) ist:

$$d y = c \,.\, d \alpha \,.\, \operatorname{tg} \alpha \sec \alpha$$
$$d^2 y = c \,.\, d \alpha^2 (\sec^3 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha \sec \alpha).$$

Mit diesen ermittelten Werten nehmen die zwei Produkte im Nenner des Ausdruckes für R folgende Werte an:

$$d x \, d^2 y = c \,\frac{d \alpha}{\cos \alpha} \,.\, c \, d \alpha^2 \left(\frac{1}{\cos^3 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha \,\frac{1}{\cos \alpha}\right) =$$

$$= c^2 \,.\, d \alpha^3 \,.\, \left(\frac{1}{\cos^4 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha \,\frac{1}{\cos^2 \alpha}\right)$$

$$d y \, d^2 x = c \, d \alpha \operatorname{tg} \alpha \,\frac{1}{\cos \alpha} \,.\, c \, d \alpha^2 \operatorname{tg} \alpha \,\frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$= c^2 \,.\, d \alpha^3 \,.\, \operatorname{tg}^2 \alpha \,\frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$d x \, d^2 y - d y \, d^2 x = c^2 \, d \alpha^3 \,\frac{1}{\cos^4 \alpha}.$$

Somit wird R:

$$R = \frac{\left(c^2 \frac{d\alpha^2}{\cos^2\alpha} + c^2 d\alpha^2 \operatorname{tg}^2\alpha \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}}{c^2 d\alpha^3 . \frac{1}{\cos^4\alpha}}$$

$$R = \frac{\left[c^2 \frac{d\alpha^2}{\cos^2\alpha}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)\right]^{\frac{3}{2}}}{c^2 d\alpha^3 \frac{1}{\cos^4\alpha}} = \frac{c^3 . d\alpha^3 . \cos^4\alpha}{\cos^6\alpha . c^2 . d\alpha^3} = \frac{c}{\cos^2\alpha}$$

$$R = c . \sec^2\alpha \quad . \quad . \quad .

Es kann auch der Fall vorliegen, daß von einer gegebenen Kettenlinie der Parameter c zu suchen ist.

Gegeben sei:

t.... die Tiefe der Kettenlinie und

$2d$.... ihre Stützweite (Spannweite).

Es ist:

$$t = y - c = c \,.\, (\sec \alpha - 1)$$

$$d = x = c \,.\, \log \text{nat tg} \left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right).$$

Damit ist:

$$\frac{d}{t} = \frac{\log \text{nat tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sec \alpha - 1};$$

da $$\sec \alpha - 1 = \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha},$$ so wird

$$\frac{d}{t} = \frac{\cos \alpha \,.\, \log \text{nat tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right)}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}.$$

Logarithmiert man, wobei

$$\log \text{ nat } x = \log (\text{Brigg})\, x \,.\, 2{\cdot}302585, \ldots . \; e^{2{\cdot}302585} = 10,$$

so wird erhalten:

$$\log \frac{d}{t} = \log \cos \alpha + \log 2{\cdot}302585 + \log \text{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right) -$$

$$- \log 2 - 2 \log \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\log \frac{d}{t} = \log \cos \alpha + \log \text{tg}\left(45^0 + \frac{\alpha}{2}\right) - 2 \log \sin \frac{\alpha}{2} + 0{\cdot}0611857 \,. \quad \text{(VII)}$$

Wie früher kann eine Tafel der Werte $\frac{d}{t} = \frac{x}{y - c}$ mit den nach Winkelgraden aufeinanderfolgenden Werten von α zusammenhängend entworfen werden. Durch Interpolation läßt sich derjenige Wert des Tangentenwinkels α bestimmen, welcher einem gegebenen Verhältnisse $\frac{d}{t}$ zukommt.

Ist α bekannt, so kann aber leicht mit Hilfe der Gleichung (III) der Parameter c gefunden werden (Tafel I).

Aus den bisher erlangten mathematischen Gleichungen der Kettenlinie ersieht man, daß in ihnen nur die eine Konstante (kennzeichnende Größe oder Parameter) c vorkommt. Diese Größe allein bestimmt die

Form der Kurve. Je größer c (und mit ihm $H = q \cdot c$) wird, desto flacher wird die Linie. Weil aber nur eine kennzeichnende Größe vorhanden ist, so folgt daraus, daß alle Kettenlinien einander ähnlich sind, d. h. sie haben eigentlich alle die gleiche Form und sind nur in verschiedenem Maßstab gezeichnet (Abb. 33).

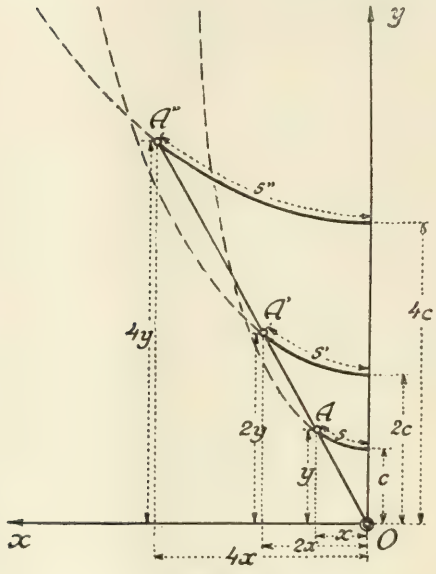


Abb. 33.

Nach Grundgleichung (33) ist in der Abbildung 33 überall die Beziehung erfüllt, daß die Horizontalspannkraft H der Belastung eines Bogenstückes von der Länge des Parameters c entspricht. Durch Halbieren aller Abszissen und Ordinaten erhält man aus einer gegebenen Kettenlinie ohneweiters eine solche vom halben Parameter, was man auch durch Zeichnen der Ähnlichkeitsstrahlen durch den Punkt O bewirken kann. Oder anders gesprochen: es gibt eigentlich nur eine Kettenlinienform. Die scheinbar verschiedenen, unendlich vielen Kettenlinien sind nichts anderes als Vergrößerungen oder Verkleinerungen der Urform in einem bekannten Maßstab, der stets dadurch gekennzeichnet ist, daß der Parameter c die Länge jener Kettenlinie bedeutet, deren Belastung gleich der Horizontalspannung ist.

Für den Seilbahnbau ist diese Eigenschaft von großem Vorteil, weil man mit ihrer Hilfe sich leicht über die Formänderung der Kettenlinie Rechenschaft geben kann, wenn sich

a) die Belastung q der Längeneinheit bei gleichbleibender Horizontalspannkraft H ändert, oder

b) bei gleichbleibender Belastung q der Längeneinheit die Horizontalspannkraft H ändert.

Stets ist das Verhältnis $\frac{H}{q} = c$. Je größer der Parameter c, desto flacher wird die Kettenlinie und umgekehrt.

An den vorstehend genannten Eigenschaften der Kurve ändert sich auch nichts, wenn die Kettenlinien für die Bedürfnisse der Praxis in verzerrtem Maßstabe (Längen 1 : 1000, Höhen 1 : 500 oder 1 : 200) aufzutragen sind. Es ist selbstverständlich, daß dann alle Höhen im Höhenmaßstab, alle Längen im Längenmaßstab zu messen sind. Neigungs-

winkel können nicht im Winkelmaß, sondern nur nach der Tangente abgenommen werden, desgleichen können die Längen der Seillinie nur rechnerisch bestimmt werden.

γ) Näherungsweise Berechnung der Seillinie.
(Die Parabel als Seillinie.)

Obwohl im Vorstehenden gezeigt wurde, daß auch die genaue Berechnung der Seillinie als Kettenlinie keine besonderen Schwierigkeiten bietet, wenn man sich der beigefügten Tafeln bedient, deren Gebrauch nach Art der Logarithmen einfach und sicher ist, so soll hier doch auch auf die näherungsweise Berechnung der Seillinie als Parabel eingegangen werden. Dies hauptsächlich aus dem Grunde, weil sich die meisten Seilbahntechniker bis jetzt — mangels eines geeigneten Behelfes — mit dieser Berechnungsweise abgefunden haben und sie daher öfters zur Nachprüfung vorliegen wird. Nichtsdestoweniger dürfte es sich empfehlen, die einheitliche Berechnung mittels Tafeln in den Konstruktionsabteilungen der Seilbahnbau-Unternehmungen einzuführen.

Die Gleichung der Kettenlinie, Gleichung (41), lautet:

$$y = \frac{c}{2}\left[e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}}\right]$$

Die Exponentialfunktion e^x läßt sich in bekannter Weise in Reihenentwicklung wie folgt darstellen:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \text{usw.},$$

für $x_1 = \frac{x}{c}$ und $x_2 = -\frac{x}{c}$ geht die Gleichung (41) über in

$$y = \frac{c}{2}\left[1 + \frac{x}{c} + \frac{x^2}{2c^2} + \frac{x^3}{6c^3} + \frac{x^4}{24c^4} + \ldots + 1 - \frac{x}{c} + \right.$$
$$\left. + \frac{x^2}{2c^2} - \frac{x^3}{6c^3} + \frac{x^4}{24c^4} \pm \ldots\right]$$

$$y = \frac{c}{2}\left[2 + \frac{x^2}{c^2} + \frac{x^4}{12c^4} + \ldots\right].$$

Für die im Seilbahnbau vorkommenden Kettenlinien, wo c sich meist in den Grenzen 2000 bis 5000, x hingegen von 0 bis zu mehreren hundert m bewegt, ist $\frac{x}{c}$ stets eine kleine Zahl und daher $\frac{x^4}{12c^4}$ sowie alle höheren Potenzen von $\frac{x}{c}$ zu vernachlässigen. Es schreibt sich somit die Gleichung der Seillinie mit genügender Genauigkeit

$$y = \frac{c}{2}\left[2 + \frac{x^2}{c^2}\right] = \frac{x^2}{2c} + c.$$

Dies ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitel sich im Abstande c auf der y-Achse befindet, wobei der unendlich ferne Punkt ebenfalls auf dieser Achse liegt (Abb. 34).

Durch Verschiebung des Achsensystems mit

$$y_1 = y - c \ldots . x_1 = x$$

erhält man, da $y - c = \frac{x^2}{2c}$

$$y_1 = \frac{x_1^2}{2c}, \text{ oder } x_1^2 = 2cy_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

die bekannte Scheitelgleichung einer Parabel mit dem Bestimmungswert (Parameter) c.

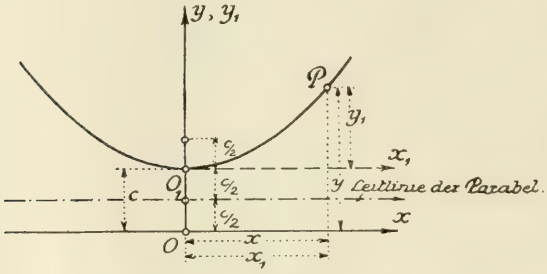


Abb. 34.

Es ist also zunächst festzustellen, daß die näherungsweise gefundene Form der Seillinie eine Parabel mit demselben Bestimmungswert *(c)* ist, wie ihn die entsprechende Kettenlinie besitzt. Es gelten demnach alle bezüglich des Bestimmungswertes c abgeleiteten Beziehungen in gleicher Weise sowohl für die Kettenlinie als auch die Parabel. Insbesondere ist auch hier die Grundgleichung

$$c = \frac{H}{q}, \text{ oder } H = q \,.\, c$$

in Geltung.

Die Aufstellung der Gleichung der Parabel-Seillinie für den Fall, daß zwei ihrer Punkte und die Horizontalspannkraft (zwei Stützpunkte und das Spanngewicht) gegeben sind, bietet ebenfalls keine Schwierigkeiten, da es sich nur um eine Verschiebung des Achsensystems handelt (Abb. 35).

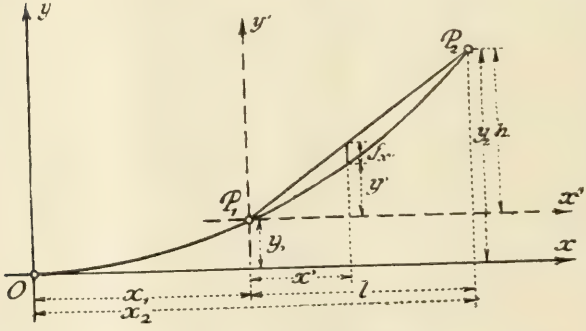


Abb. 35.

Es seien P_1 und P_2 die zwei Seilstützpunkte mit ihren Achsabständen x_1 und y_1, bzw. x_2 und y_2. Durch P_1 und P_2 soll eine Parabel mit der Öffnung in der Richtung der y-Achse und mit dem Bestimmungswert (Parameter) c gelegt werden.

Zunächst muß die Scheitelgleichung der Parabel $x^2 = 2cy$ sowohl für x_1, y_1 als auch x_2, y_2 erfüllt sein, somit

$$x_1^2 = 2cy_1 \text{ und } x_2^2 = 2cy_2$$
$$x_2^2 - x_1^2 = 2c(y_2 - y_1)$$
$$(x_2 + x_1)\cdot(x_2 - x_1) = 2c(y_2 - y_1).$$

Mit $x_2 - x_1 = l$ und $y_2 - y_1 = h$

$$x_2 + x_1 = \frac{2c\cdot h}{l}$$
$$x_2 - x_1 = l$$

wird:

$$x_1 = \frac{ch}{l} - \frac{l}{2}$$

$$y_1 = \frac{x_1^2}{2c} = \left(\frac{c^2h^2}{l^2} - ch + \frac{l^2}{4}\right) : 2c$$

$$y_1 = \frac{ch^2}{2l^2} - \frac{h}{2} + \frac{l^2}{8c}.$$

Verlegt man nun den Ursprung des Achsensystems von O nach P_1, so daß

$$y' = y - y_1$$
$$x' = x - x_1, \text{ so geht die Parabelgleichung}$$

über in:

$$(x' + x_1)^2 = 2c(y' + y_1)$$
$$\left(x' + \frac{ch}{l} - \frac{l}{2}\right)^2 = 2c\left(y' + \frac{ch^2}{2l^2} - \frac{h}{2} + \frac{l^2}{8c}\right)$$

woraus nach Umformung die neue Gleichung

$$y' = \frac{x'}{2c}(x' - l) + \frac{h}{l}x' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

entsteht.

Der Durchhang $f_{x'}$ an einer beliebigen Stelle im Achsabstand x' ist

$$f_{x'} = \frac{h}{l}x' - y' \qquad \text{und mit Gleichung (48)}$$

$$f_{x'} = \frac{x'}{2c}(l - x') \quad \ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

Der Durchhang in der Mitte der Spannweite $\left(x' = \frac{l}{2}\right)$

$$f_m = \frac{l}{4c}\cdot\frac{l}{2} = \frac{l^2}{8c}.$$

Wenn daran erinnert wird, daß sowohl bei der Kettenlinie als auch bei der Parabel der Krümmungshalbmesser (R) im Scheitel gleich dem Bestimmungswert (c) ist, so ergibt sich $f_m = \frac{l^2}{8R}$ in gleicher Größe wie das Stichmaß zwischen flachen Kreisbogen und deren Sehnen (Abb. 36).

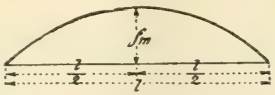


Abb. 36.

Bemerkenswert ist jedenfalls, daß der Durchhang in der Richtung der Parabelhauptachse (in der Praxis der lotrechte) für gleiche wag-

rechte Spannweiten (l) beim selben c stets gleich ist, unabhängig davon, ob die betreffende Strecke im Scheitel oder im flachen Parabelast liegt (Abb. 37).

Im Seilbahnbau wird häufig (wegen der Bewegungsbegrenzung des Spanngewichtes usw.) die Länge des zwischen zwei Punkten P_1 und

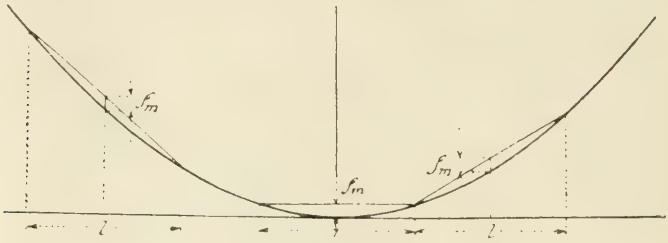


Abb. 37.

P_2 gelegenen parabelförmigen Seilstückes gebraucht. Sie läßt sich rechnerisch aus Gleichung (48) mit Beziehung auf Abb. 38 bestimmen.

$$y = \frac{x}{2c}(x - l) + \frac{h}{l}x.$$

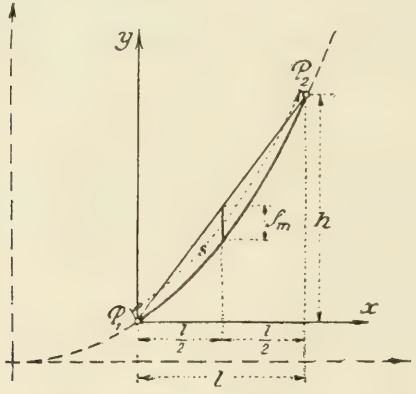


Abb. 38.

Die Länge eines unendlich kleinen Bogenstückes (ds) ist nach bekannten mathematischen Beziehungen

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

oder für kleine Werte von $\frac{dy}{dx}$ näherungsweise

$$ds = dx \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right].$$

Nun ist $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{c} - \frac{l}{2c} + \frac{h}{l}$

$$ds = dx\left(1 + \frac{x^2}{2c^2} + \frac{l^2}{8c^2} + \frac{h^2}{2l^2} - \frac{xl}{2c^2} + \frac{xh}{cl} - \frac{h}{2c}\right)$$

$$s = \int_0^l ds = l + \frac{l^3}{6c^2} + \frac{l^3}{8c^2} + \frac{h^2}{2l} - \frac{l^3}{4c^2} + \frac{lh}{2c} - \frac{lh}{2c}$$

$$s = l + \frac{h^2}{2l} + \frac{l^3}{24c^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

Hiebei ist $\frac{h^2}{2l} = \Delta l_h$ der Längenzuschlag für den Höhenunterschied der Stützpunkte, da bei $c = \infty$ die Parabel zu einer Geraden wird und $\frac{l^3}{24c^2} = 0$ ist.

$$\frac{l^3}{24c^2} = \Delta l_f$$

Δl_f ist der Längenzuschlag infolge der Krümmung, der auch vorteilhaft durch den Durchhang in der Mitte $\left(f_m = \frac{l^2}{8c}\right)$ ausgedrückt werden kann.

$$\Delta l_f = \frac{8}{3}\frac{f_m^2}{l}$$

$$s = l + \Delta l_h + \Delta l_f \quad \ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

$$s = l + \frac{1}{2}\frac{h^2}{l} + \frac{8}{3}\frac{f^2}{l} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

Zu verschiedenen Untersuchungen im Seilbahnbau kann es nützlich sein, die Eigenschaften der Parabeltangenten zu kennen. Gehen wir wieder von der Scheitelgleichung der Parabel aus:

$$y = \frac{x^2}{2c}.$$

Der Neigungswinkel der Tangente im beliebigen Punkt $P\{^x_y$ sei α (Abb. 39):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx}$$

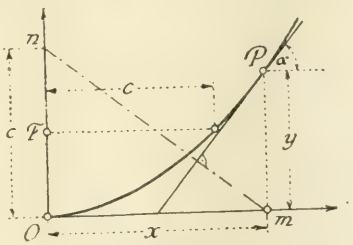


Abb. 39.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{3x}{2c} = \frac{x}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

D. h. die Tangente steht senkrecht auf der Geraden $m\,n$, wobei m der Fußpunkt des Höhenabstandes von P, n ein Punkt auf der y-Achse in der Entfernung c vom Parabelscheitel ist.

Die Änderung der Neigung mit der Entfernung vom Ursprung (oder der Länge x), nämlich

$$\frac{d\,\mathrm{tg}\,\alpha}{dx} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

somit eine unveränderliche Größe, gleich dem reziproken Werte der Bestimmungsgröße c.

Man kann mittels dieser Tangenteneigenschaft leicht untersuchen, ob eine Parabel von gegebenem c (d. i. einer gegebenen Seilspannung H, $c = \frac{H}{q}$), welche durch zwei Punkte A und B geht, flacher oder stärker gekrümmt ist, als eine gegebene kurvenförmige Unterlage. Nähme z. B. nach Abb. 40 die Neigung der Unterlage vom Punkt A mit $30\,^0/_{00}$ bis zu dem $200\,m$ entfernten Punkte B auf $190\,^0/_{00}$ zu, so ist die relative Steigungszunahme für den Meter (Δ)

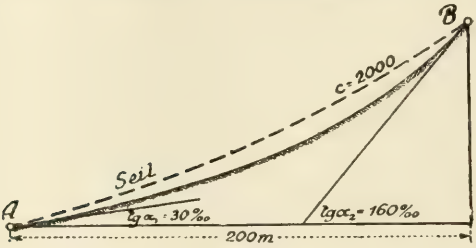


Abb. 40.

$$\Delta = \frac{190 - 30}{1000 \,.\, 200} = \frac{160}{200.000} = \frac{1}{1250}.$$

Hingegen hätte ein mit $2000\,kg$ gespanntes Seil mit dem Metergewicht (q) von $1\,kg$ eine Seillinie mit $c = \frac{H}{q} = \frac{2000}{1} = 2000$.

Die Krümmung dieser Seillinie nimmt somit bloß $\frac{1}{2000}$ auf den Meter zu, d. h., das so gespannte Seil ist flacher als die Unterlage. Es liegt daher nicht auf. Um das Aufliegen zu erzielen, müßte die Seilspannkraft mindestens auf $1250\,kg$ ermäßigt werden*).

Bei der großen Übereinstimmung, die flache Seillinien (Kettenlinien) mit den Parabeln des gleichen Bestimmungswertes (c) haben, ist es ohneweiters angängig, die Berechnung einzelner Bestimmungsstücke (z. B. der Stützenhöhen und der Tangentenwinkel) nach der Methode der Kettenlinie (mittels Tafeln), anderer Größen (z. B. des Seildurchhanges und der Seillänge) nach der Methode der Parabel vorzunehmen. Auf jeden Fall können die beiden Rechnungsvorgänge sehr zweckmäßig zur gegenseitigen Überprüfung verwendet werden, ohne daß hiefür ein und dieselbe Berechnung wiederholt werden muß.

C. Leerseillinie.

Wirkt auf ein auf Stützen längs-beweglich gelagertes Tragseil keine andere Belastung ein als das Eigengewicht desselben, so nimmt

*) Derartige Untersuchungen sind bei Schrägaufzügen (Bremsbergen) für das Aufliegen des Zugseiles auf den Führungsrollen durchzuführen.

ersteres die Form der Leerseillinie an. Man spricht kurz vom Leerseil.

Bezeichnen wir mit F_s den wirklichen, metallischen Querschnitt eines Drahtseiles (wogegen F den gedachten vollen Seilquerschnitt vom Seildurchmesser d darstellt), so ist im allgemeinen (z. B. bei Formdrähten)

$$F_s = \sum_{o}^{i} F_\delta .$$

F_δ = Querschnitt eines einzelnen Drahtes; i = Anzahl der Drähte. Oder bei Tragseilen aus lauter gleichen Runddrähten (Spiralseilen):

$$F_s = i \,.\, F_\delta = i \,.\, \frac{\delta^2 \pi}{4}.$$

Ist K_z die Zerreißfestigkeit des Drahtmateriales (für Tiegelgußstahl $K_z = 10.000$ bis $18.000\, kg/cm^2$) und N der Sicherheitsgrad der reinen Zugbeanspruchung (z), so ist bei der als annähernd gültigen Annahme

$$S \doteq G \doteq H$$

und bei Vernachlässigung der noch später in Rücksicht gezogenen Reibungskräfte auf den Stützen:

$$G = F_s \,.\, z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

$$G = \frac{K_z}{N} \,.\, F_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56)$$

Hat das Drahtmetall das Raumeinheitsgewicht γ und die Längeneinheit des ganzen Seiles das Gewicht g, ist ferner ξ die sogenannte „Verseilungsziffer", welche angibt, wievielmal länger die schraubenförmig gewundenen Drähte sind als die Drahtseilachse ($\xi = 1{\cdot}07 — 1{\cdot}25$), so ist ferner:

$$g = F_s \,.\, \gamma \,.\, \xi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57)$$

$$c = \frac{H}{q} \quad . \text{ (für den Fall der Leerseillinie ist } q = g)$$

$$c = \frac{H}{g},\; z = \frac{K_z}{N},\; H \doteq G = \frac{K_z}{N} \,.\, F_s$$

$$c = \frac{K_z}{N} \cdot \frac{F_s}{F_s \,.\, \gamma \,.\, \xi}$$

$$c = \frac{K_z}{N} \cdot \frac{1}{\gamma \,.\, \xi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Die vorstehende Gleichung (58) zeigt, daß der Parameter (c) der Leerseillinie vom Seilquerschnitt (Seilstärke, Seildurchmesser) unabhängig ist. Somit nehmen alle Seile vom gleichen Raumeinheitsgewicht (gleicher Materialbeschaffenheit) bei derselben Zugspannung $\left(z = \frac{K_z}{N}\right)$ im unbelasteten Zustand die gleiche Seillinienform an.

γ für Tiegelgußstahl $= 7{\cdot}8\, kg/dm^3 = 0{\cdot}0078\, kg/cm^3$.

Mit $\xi = 1{\cdot}10$ wird $\frac{1}{\gamma \cdot \xi} = \frac{1}{0{\cdot}0086} = 116.$

Wäre z. B. $\frac{K_z}{N} = \frac{15.000}{5} = 3000\,kg/cm^2$, so ist für die Leerseillinie

$$c = 3000 \times 1{\cdot}16\,cm = 3480\,m$$

oder bei $\frac{K_z}{N} = \frac{16.000}{4} = 4000\,kg/cm^2$, so ist für die Leerseillinie

$$c = 4000 \times 116 = 4640\,m.$$

In der Praxis wählt man für die erste Annahme $c = 3500$, 4500 u. dgl., da die Materialfestigkeit K_z ja nicht immer als runde Zahl anzunehmen ist. Man verfertigt sich Kurvenlehren ($c = 1000$, 1500.... bis 5000) für die gebräuchlichen Maßstäbe mit den üblichen Verzerrungsverhältnissen zwischen Höhen und Längen.

Die Zugseilkurven sind stets Leerseillinien mit verhältnismäßig kleinem Parameter.

D. Vollseillinie.

Das mit Verkehrslast (Wagen und Nutzlast) behängte Tragseil wird „Vollseil" genannt. Die Belastung desselben besteht aus dem Eigengewicht (g) des Tragseiles, das gleichmäßig auf die Seillänge verteilt ist, den Wagen (Gehängen und Laufwerken), die ihrerseits wieder das Zugseil vom Eigengewichte g_1 der Längeneinheit tragen. Diese Verkehrslasten, die als Einzellasten wirken, werden bei größeren Wagenentfernungen besonders zu berücksichtigen sein. Für die Ermittlung der Seillinie, der Seilspannkräfte, Durchhänge, Neigungswinkel des Seiles usw. wird man sich am besten des zeichnerischen Verfahrens mittels Kraft- und Seilvieleck bedienen.

Bei Güterförderbahnen, wo die Wagenfolge eine verhältnismäßig dichte und regelmäßige ist, und das Gewicht der Verkehrslast im Verhältnis zum Eigengewicht des Tragseiles nicht überwiegt, wird man in den meisten Fällen das Auslangen damit finden, auch diese Verkehrslast und das nur mittelbar auf das Tragseil wirkende Zugseilgewicht (g_1) als gleichmäßig auf die Länge des Tragseiles verteilte Last anzusehen. Hiedurch erhält man als Seillinie wieder die der gleichförmig verteilten Belastung des Seiles entsprechende Kettenlinie, so daß man die einfachen Beziehungen zwischen Belastung und Durchhangslinie benützen kann. Wenn dieses Näherungsverfahren auch allgemein im Seilbahnbau üblich ist, so muß man sich seine bedingte Richtigkeit für besondere Fälle doch klar vor Augen halten.

Beim Näherungsverfahren handelt es sich dann auch um die Bestimmung des kennzeichnenden Wertes (Parameter) (c), somit jener

Seillänge, deren eigene Gesamtbelastung der Horizontalspannkraft (H) gleichkommt.

Unter der gleichen Voraussetzung wie früher, daß $G \cdot S \cdot H$ sei, ist,

$$G \cdot S \cdot H = \frac{K_z}{N} \cdot F_s \quad \ldots \ldots \ldots \quad (59)$$

Im folgenden werden die hier angeführten Bezeichnungen beibehalten werden:

g = Eigengewicht des Tragseiles für den laufenden Meter Seillänge,
g_1 = „ „ Zugseiles „ „ „ „ „
W = „ „ Wagens (leer), jedoch samt Laufwerk (in kg):
Q = die Nettolast (Nutzlast) in kg,
w = „ Wagenentfernung, wagrecht gemessen in m,
M = „ stündliche Fördermenge in kg,
v = „ Zugseilgeschwindigkeit in m/sek,
K_z = „ Zerreißfestigkeit des Drahtmaterials in kg/cm^2,
F_s = der metallische Seilquerschnitt in cm^2.

Es ist zunächst:

$$g = F_s \cdot \gamma \cdot \xi,$$

$$M = \frac{60 \cdot 60 \cdot v}{w} \cdot Q = \frac{\text{abgelaufene Weglänge in einer Stunde}}{\text{Wagenentfernung}} \cdot \text{Nettolast.}$$

$$w = 3600 \cdot v \cdot \frac{Q}{M} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (60)$$

Als Durchschnittslast (q) für das Vollseil ist zu rechnen:

$$q = g + g_1 + \frac{W + Q}{w} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (61)$$

Da g und g_1, sowie W für eine Anlage feste Werte haben, so vergrößert sich q mit wachsender Förderlast (Q) oder kleineren Wagenabständen (w).

Die Zeit t_w, in der sich die Wagen im wagrechten Längenabstand (w) folgen müssen, um die Stundenleistung (M) zu ergeben, rechnet sich aus:

$$t_w = \frac{w}{v} = 3600 \frac{Q}{M} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (62)$$

Die Wagenfolge wird nun bei Drahtseilbahnen entweder durch den Zeitabstand der Wagen oder besser durch den Längenabstand geregelt. Entweder man trägt am Boden des ersten Seilfeldes den Längenabstand (w) von der Beladestation aus auf, errichtet dort ein Merkzeichen und kuppelt stets einen neuen Wagen an das Zugseil, sobald ein vorausgegangener das Merkzeichen überschreitet. Oder man bringt an der Antriebswelle einen Mechanismus an, der nach Abwicklung der Entfernung w des Seiles auf der Triebscheibe ein (meist hörbares) Zeichen gibt.

Mit Benützung der bereits bekannten Grundgleichung (33) $H = c \,.\, q$, läßt sich der Parameter c_v für die Vollseillinie durch Zusammenfassung der Gleichungen (59) und (61) ohneweiters bestimmen.

$$c_v = \frac{K_z \,.\, F_s}{N\left(g + g_1 + \frac{W+Q}{w}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

Auch hier kann dann mittels der Zahlentafeln II jede Seillinie in beliebigem Verzerrungsmaßstab gezeichnet werden. Selbstverständlich ergibt sich bei der Vollseillinie mit ihrem gegenüber der Leerseillinie

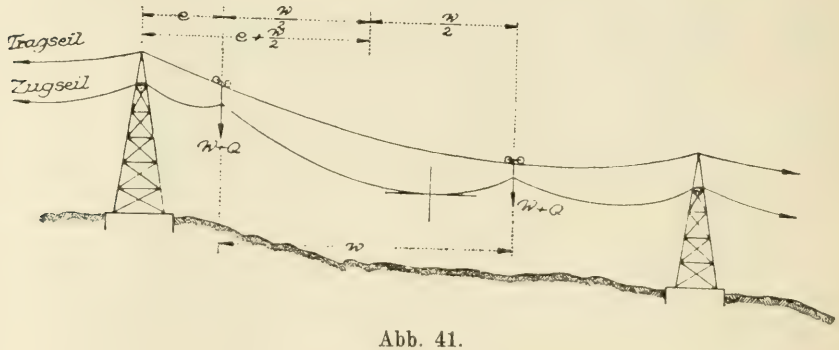


Abb. 41.

kleineren Parameter stets ein größerer Seildurchhang und den gleichen Seilstellen entsprechend steilere Tangentenwinkel.

Wie schon eingangs erwähnt, ist die vorstehende Berechnung unter Annahme einer Durchschnittslast nur näherungsweise gültig, da sich das Gewicht eines Seilbahnwagens $(W + Q)$ in der Nähe einer Stütze nicht auf die Länge (w), sondern lediglich auf $e + \frac{w}{2}$ verteilt, wodurch ein stärkerer Durchhang am Lastangriffspunkt entsteht. Umgekehrt entfällt aber vom Zugseil nur die Länge $\left(\frac{e}{2} + \frac{w}{2}\right)$ als weniger auf einen Wagen, was einem geringeren Durchhang entspricht. Diese beiden Einflüsse heben sich somit zum Teil auf. In der Regel ist übrigens auch nur der Durchhang in der Mitte eines Seilfeldes besonders wichtig, weshalb man sich in den meisten Fällen mit dem Näherungsverfahren bei Annahme einer gleichförmig verteilten Verkehrslast behelfen kann.

III. Die Biegungsbeanspruchung der Tragseile durch Querbelastung.

A. Allgemeines.

Der Vorgang, welcher zur Ermittlung der tatsächlichen Beanspruchungen (Spannungen und Abnützungen) in Drahtseilen, die als Tragseile von Schwebebahnen dienen, führt, ist derzeit noch keineswegs Allgemeingut der technischen Welt, wie etwa die Spannungsermittlung in einem Tragbalken. Vielmehr bestehen über die hiebei herrschenden Kräftewirkungen überhaupt nur vereinzelte Veröffentlichungen und auch diese lassen den Leser darin insofern Lücken finden, als er nicht immer dem Gedankengang des in den Stoff vertieften Verfassers ohneweiters folgen kann, wenn ihm nicht zu einzelnen Schlußfolgerungen nähere Aufklärungen gegeben werden. Da es aber an solchen Erläuterungen und Zusammenfassungen für die Ergebnisse der Berechnung des gespannten und außerdem quer belasteten Seiles fehlt, so sind die Meinungen über die wirkliche Beanspruchung der Tragseile noch vielfach ungeklärt, was leider auch manchmal in unzweckmäßigen behördlichen Anordnungen für die Ausführung von Seilschwebebahnen zum Ausdruck kommt. Die nachstehenden Betrachtungen sollen daher die Anregung zur Fortsetzung der bezüglichen Studien geben, indem sie eine mathematisch-mechanische Berechnung der im Tragseil vorkommenden Kräfte zu bringen versuchen, wobei naturgemäß das schon Vorhandene im Gegenstand mitbenützt und zusammenfassend wiederholt wird.

Den Anstoß zum Studium der Verhältnisse des auf Zug in der Längsrichtung (gespannten) und gleichzeitig durch eine Querkraft auf Biegung beanspruchten Drahtseiles hat meines Wissens zuerst Isaachsen*) gegeben, der die Biegungsbeanspruchung und die resultierende Krümmung eines einzelnen Drahtes nach einwandfreien, mathemathisch-mechanischen Methoden ableitet. Ein überzeugender Rückschluß aus seinen Folgerungen auf das Verhalten eines aus

*) „Die Beanspruchung von Drahtseilen", J. Isaachsen, Braunschweig; Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, 1907, Nr. 17, Seite 655—657.

mehreren Drähten geflochtenen Seiles unter gleicher äußerer Kraftwirkung findet sich aber in seiner Abhandlung nicht. Erst die besonders verdienstvolle Arbeit Woernles*) bildet den Gedankengang Isaachsens in der Anwendung auf Drahtseile wirklich weiter aus und kommt meiner Ansicht nach zu vollkommen richtigen Anschauungen über das Verhalten des als Verbundkörper wirkenden Drahtseiles, die aber leider nicht mehr rechnerisch, sondern lediglich textlich behandelt werden, so daß deshalb gewisse zahlenmäßige Schlußfolgerungen eben nicht mehr gezogen werden können. Seine überaus gründliche Arbeit, die zur Einführung in den zu behandelnden Gegenstand auch wegen der zahlreichen Angaben über bezüglichen Lesestoff besonders geeignet ist, kann daher allen Interessenten für Drahtseilkonstruktionen aufs wärmste empfohlen werden. Immerhin ist auch in dieser Abhandlung der Übergang vom Draht zum Drahtseil nicht so überzeugend durchgeführt, daß sich jeder technisch gebildete Leser damit abfinden kann, da meines Erachtens vieles zwischen den Zeilen zu finden ist, ohne daß es ausdrücklich gesagt wird.

Alles in allem ist es auch heute noch mit großer Mühe und erheblichem Zeitverlust verbunden, sich über die Beanspruchung der Tragdrahtseile ein zusammenfassendes Bild zu verschaffen, weshalb auch heute noch viele Behörden sich mit der bloßen Berechnung der Drahtseile auf Zug begnügen**). Deshalb soll im Nachfolgenden der Versuch gemacht werden, das besagte Problem auch weiteren technischen Kreisen verständlich zu machen, was mit Rücksicht auf die stetig wachsende Anwendung der Drahtseile bei Bau- und Maschinenkonstruktionen von großer Wichtigkeit ist. Es soll ja auch dem technisch gebildeten Bauherrn oder Auftraggeber möglich sein, sich selbst ein unabhängiges Bild über die Sicherheit von Seilbahnbauten zu machen, ohne daß er sich einfach mit übernommenen Formeln und Berechnungsweisen begnügen muß oder gezwungen ist, der Lieferfirma einfach Glauben zu schenken. Diesem Zweck entsprechend, soll auch in der mathematischen Behandlung möglichste Einfachheit absichtlich gesucht werden, ohne jedoch durch die Praxis nicht zu rechtfertigende Vereinfachungen einzuführen. Hingegen muß man sich bewußt bleiben, daß unsere auf der Annahme bei der Biegung eben bleibender Querschnitte beruhenden Formeln für die Biegungsfestigkeit ohnehin schon eine

*) „Zur Beurteilung der Drahtseilschwebebahnen für Personenbeförderung.“ Dipl. Ing. R. Woernle, Technische Hochschule Karlsruhe in Zeitschrift des Verbandes Deutscher Diplom-Ingenieure, 1913, Heft 21—24.

**) „Grundsätzliche Bestimmungen für das Entwerfen und den Bau von Seilschwebebahnen“ vom ehemaligen k. k. Eisenbahnministerium, Wien 1916, Staatsdruckerei, Seite 46.

gewisse Unsicherheit in die Spannungsberechnung bringen, die die Nichtanwendung ganz streng wissenschaftlicher Berechnungsweisen somit nicht als Mangel wird empfinden lassen.

B. Die Biegung eines querbelasteten, gespannten Drahtes.

Wird ein absolut biegsamer Faden (oder Draht), welcher durch eine konstante Zugkraft (Seilspannkraft) S gespannt erhalten wird, senkrecht zu dieser ursprünglichen Beanspruchung auch noch durch

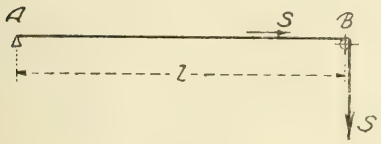


Abb. 42.

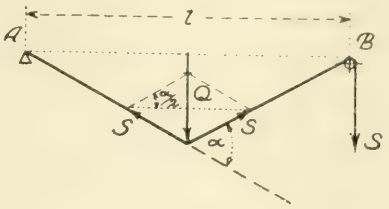


Abb. 43.

eine Querkraft Q belastet, so wird derselbe seine Gleichgewichtslage ändern und aus der Lage nach Abb. 42 in jene der Abb. 43 übergehen.

Hiebei ist

$$\frac{Q}{2} = S \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2S}.$$

Bei verhältnismäßig kleiner Querkraft im Vergleich zur Seilzugkraft S, wie das in praktischen Fällen eintreten wird, kann gesetzt werden:

$$\sin \frac{\alpha}{2} \doteq \frac{\widehat{\alpha}}{2} = \frac{Q}{2S}$$

$$\alpha = \frac{Q}{S} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (64)$$

Ist die Lage der Stützen A und B nicht gleich hoch, so ist, um die gleiche Beziehung zu erhalten, nicht die Vertikalkraft V, sondern die als senkrechte Querkraft Q wirkende Komponente $V \cos h = Q$ in die Rechnung einzuführen.

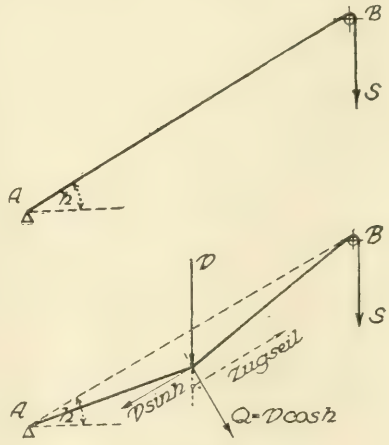


Abb. 44.

Im praktischen Falle der Seilbahn wird die andere Komponente $V \sin h$ vom Zugseil aufgenommen werden, somit die Tragseilspannung S nicht beeinflussen, wodurch wirklich der analoge Fall zu Abb. 43 entsteht.

Ein gespannter Stab aus weichem, nicht elastischem Stoff von der Abmessung d in der Zeichenebene würde sich unter der Einwirkung einer Querkraft Q derartig deformieren, daß seine unterste Faser um den Betrag von $\Delta = d \cdot \widehat{\alpha}$ verlängert würde, wobei sich eben wegen des Mangels an Elastizität

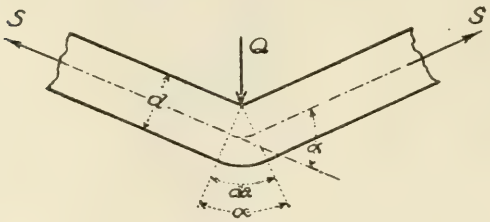


Abb. 45.

a) nur die Stelle unterhalb des Angriffspunktes der Kraft Q dehnen wird;

b) durch den Knickwinkel α lediglich eine Verlängerung der unteren Fasern einstellt (Abb. 45).

Hingegen wird bei einem, aus elastischem Stoff bestehenden, in der Längsrichtung stark gespannten Körper von überwiegender Länge (Stab oder Draht) zunächst

a) die Beanspruchung der unter dem Kraftangriffspunkt gelegenen Fasern durch die Abbiegung der Achse um den Winkel α auch auf die Nachbarteile dieser Fasern links und rechts vom Lastangriffspunkt übermittelt werden, so daß eine ganze Zone von einer vorläufig noch unbekannten Länge λ (und nicht bloß $d \cdot \widehat{\alpha}$) gestreckt wird; ferner werden

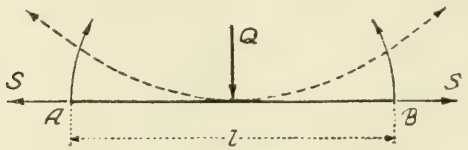


Abb. 46.

b) auch die oberen Fasern durch Aufnahme elastischer Druckbeanspruchungen der plötzlichen Richtungsänderung der Drahtachse Widerstand entgegensetzen und dadurch eine elastische Zusammendrückung oder Verkürzung erfahren.

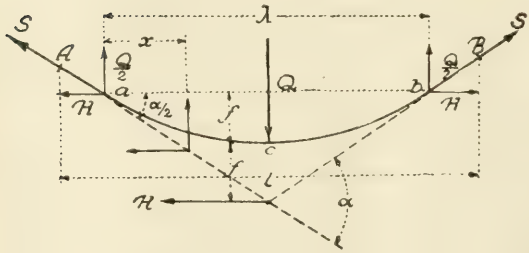


Abb. 47.

Es wird also beim elastischen Stoff im Gegensatz zum unelastisch-weichen in einer gewissen Zone λ die Biegungsbeanspruchung (oben Druck, unten Zug) eintreten und in ihr der betrachtete Körper (Stab oder Draht) sich ähnlich wie ein Balkenträger verhalten, dessen Enden gegeneinander durch äußere Kräfte um den Winkel α geneigt erhalten werden (Abb. 46 und Abb. 47).

In der Biegungszone λ wird die elastische Linie eine Kurve sein,

deren Krümmungskreis im Punkte c, wo die Einwirkung der Last am unmittelbarsten ist, den kleinsten Wert ϱ besitzt, während derselbe in den Endpunkten a und b bis auf ∞ anwächst, was soviel bedeutet, als daß sich dort der Einfluß der Querkraft Q nicht mehr geltend machen wird. Man kann sich demgemäß vorstellen, daß in dem Stab $A\,B$ die reine, gleichmäßig verteilte Zugspannung z, wie sie vor der Biegung herrschte und praktisch genau auch nach der Biegung in den Teilstrecken $A\,a$ und $b\,B$ vorhanden sein wird, in Spannungen mit trapezförmigem Diagramm übergeht (Abb. 48). Der Durchschnittsbetrag aller Spannungen über die ganze Abmessung d muß jedoch stets mit der ursprünglichen Größe z übereinstimmen, da ja sonst ein Gleichgewicht der inneren Kräfte nicht denkbar ist.

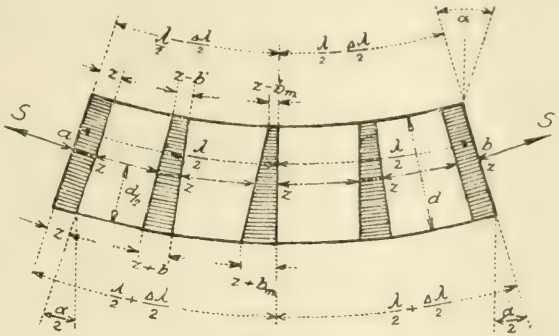


Abb. 48.

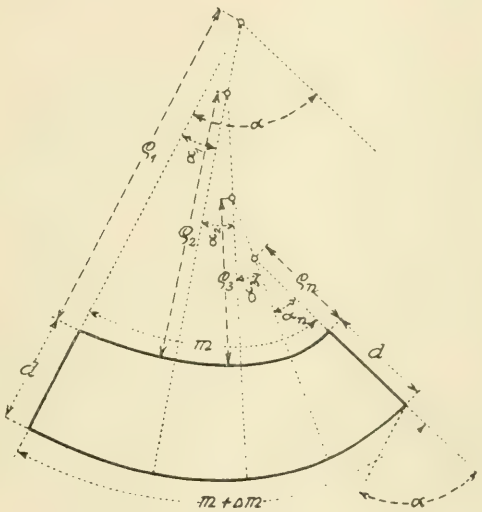


Abb. 49.

Unter Voraussetzung gleicher Formänderungen bei Zug- und Druckspannungen wird die mittlere Faser ihre Länge nicht geändert haben, während die obere verkürzt, die untere ungleich viel verlängert wurde.

Die Längenänderung der gedehnten (unteren) Faser (oder der gedrückten oberen) gegenüber der ursprünglichen Länge des Stabes $\left(\Delta\frac{\lambda}{2}\right)$ in der gebogenen Zone wird betragen:

$$\frac{\Delta\lambda}{2} = \frac{d}{2}\cdot\frac{\widehat{\alpha}}{2}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{2} = d\cdot\frac{\widehat{\alpha}}{4}$$

und zwar unabhängig von der Gestalt der Biegungslinie selbst, da dieses Gesetz auch für Kurven mit veränderlichem Krümmungskreis gilt, was durch Abb. 49 erläutert wird.

$$\Delta m = (\varrho_1 + d)\,\alpha_1 - \varrho_1\,\alpha_1 + (\varrho_2 + d)\,\alpha_2 - \varrho_2\,\alpha_2 + \ldots\ldots (\varrho_n + d)\,\alpha_n - \varrho_n\,\alpha_n$$
$$\Delta m = d\,.\,\alpha_1 + d\,.\,\alpha_2 + d\,.\,\alpha_3 + \ldots\ldots d\,.\,\alpha_n$$
$$\Delta m = d\,(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \ldots\ldots \alpha_n)$$
$$\Delta m = d\,.\,\alpha.$$

Die spezifische Längenänderung einer Faser steht nach dem Elastizitätsgesetz direkt im Verhältnis zur ursächlichen Spannung. In unserem Fall erleidet die Faser von der Länge $\frac{\lambda}{2}$ eine Dehnung von $d\,.\,\frac{\alpha}{4}$; die zur Erzeugung dieser Formänderung nötige mittlere Spannung $b_m = \frac{b+0}{2}$ ergibt sich somit aus der Gleichung:

$$\frac{b_m}{E}\,.\,\frac{\lambda}{2} = \frac{d\,.\,\alpha}{4},$$

wobei E die Elastizitätsziffer des Stab(oder Draht)materials (für Flußstahl $E = 2{,}000.000 - 2{,}200.000\ kg/cm^2$) und b die größte Biegungsspannung im Querschnitte des Lastangriffes ist.

$$b_m = \frac{d}{2}\,.\,\alpha\,.\,\frac{E}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Und da die Winkeländerung α sich auch nach Gleichung (1) durch $\alpha = \frac{Q}{S}$ ersetzen läßt:

$$b_m = \frac{d}{2}\,.\,\frac{Q}{S}\,.\,\frac{E}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

Nun ist aber nach der aus der Biegungslehre bekannten Beziehung zwischen Spannung und dem Momente der Außenkräfte

$$b = \frac{M}{J}\,.\,\frac{d}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$

wobei M das Moment der Außenkräfte in bezug auf die Schwerpunktsachse des Querschnittes, J dessen Trägheitsmoment und $\frac{d}{2}$ die Entfernung der gespanntesten Faser von der neutralen Achse bedeutet. Im Falle ausnahmsweise keine kreisförmigen Stabquerschnitte zur Anwendung kämen, wäre statt $\frac{d}{2}$ eben die besonders zu bestimmende Entfernung e der Randfaser von der neutralen Achse einzuführen.

Zur Bestimmung der Größe des in unserem Fall auftretenden Biegungsmomentes M im Lastangriffspunkt wird hier ein Näherungs-

verfahren benützt, welches einfache mathematische Beziehungen ergibt, indem die wirklich sich einstellende elastische Linie in der Biegungszone λ willkürlich — aber mit praktisch zulässiger Annäherung — durch eine Parabel ersetzt wird. Diese Näherung kann schon deshalb benützt werden, weil sie mit den auf genauer Berechnung der elastischen Linie*) fußenden Ableitungen gleiche Ergebnisse herleitet.

Genau genommen, wird die Einwirkung der Einzellast Q auf die ganze Spannweite zwischen den Stützpunkten stattfinden, so daß der betrachtete Draht eine Biegungslinie nach der strichlierten Linie (in Abb. 50) annehmen wird. Erfahrungsgemäß und nach genauen Berechnungen ist aber die Abweichung der tatsächlichen Drahtachse von den beiden Geraden AC und BC schon in ganz geringer Entfernung (1—2 m) links und rechts vom Lastangriffspunkt c so klein (1 mm),

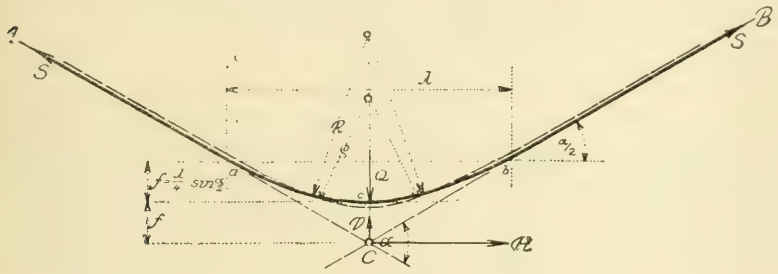


Abb. 50.

daß sie vernachlässigt werden kann, dementsprechend zeigen sich auch in den Punkten a und b fast gar keine Biegungsspannungen.

Wir setzen nun näherungsweise voraus, daß sich in a und b gar keine Biegungsspannungen zeigen, die elastische Linie zwischen Aa und bB mit der Geraden Aa und bB zusammenfällt und ersetzen die Biegungslinie in der Zone ab von der noch zu bestimmenden Länge durch eine in a und b die Geraden Aa und bB tangierende Parabel.

Die Parabel wird, da sie in der Nähe ihres Scheitels fast gleichmäßig gekrümmt ist, sich mit der wirklichen Biegungslinie (Abb. 50 strichliert) überschneiden. Letztere wird im Gegensatz zur Parabel im Punkte c einen kleinsten Krümmungshalbmesser besitzen, der der

*) Die genaue Berechnung der elastischen Linie wurde zuerst von Isaachsen in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 1907, angegeben; sie führt aber zu sehr schwierigen Integrationen. Offenbar auf Grund der von Isaachsen veröffentlichten Studie hat auch der italienische Ingenieur U. Nobile im „Genio Civile“ 1915 (Heft vom 31. März) einen Rechnungsvorgang über die Beanspruchung von Tragseilen angegeben. — Siehe auch „Annales des Ponts et Chaussées 1912“, Jänner. Le Calcul du Travail du Métal dans les Cables Métalliques, von M. E. Baticle.

stärksten Lasteinwirkung (Q) entspricht, während sie in den Punkten a und b fast keine Krümmung aufweisen wird. Die Krümmung der Parabel wird also eher einer in der ganzen Biegungszone λ fast gleichmäßig verteilten mittleren Spannung (b_m) entsprechen, während der kleinste Krümmungshalbmesser ϱ der wirklichen Biegungslinie einen kleineren Wert zeigen wird als dem Scheitelkreis der Parabel entspricht.

Für die Berechnung des größten Biegungsmomentes (M) im Lastangriffspunkte c kommt jedoch nur die Entfernung cC in Betracht, die aus den geometrischen Verhältnissen bestimmbar und näherungsweise gleich f gesetzt werden kann.

Die Gleichung der näherungsweise an Stelle der elastischen Linie der Drahtachse gelegten Parabel, bezogen auf a (Abb. 47) als Nullpunkt des Achsenkreuzes ist

$$y = \frac{4f}{\lambda^2}(\lambda x - x^2), \text{ wobei}$$

$$f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß diese Kurve mit der Drahtachse praktisch genau zusammenfällt, insbesonderes, daß sie in den Punkten a und b die Richtungen der Seilspannungen hat, da

$$tg\,\varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{\lambda^2}(\lambda - 2x)$$

$$\text{für } x = 0 \ldots . tg\,\varphi_0 = \frac{4f}{\lambda^2} \cdot \lambda = \frac{4f}{\lambda} = 2f : \frac{\lambda}{2} = tg\,\frac{\alpha}{2}$$

$$\text{für } x = \frac{\lambda}{2} \ldots . tg\,\varphi = \frac{4f}{\lambda^2}(\lambda - \lambda) = 0.$$

Das größte Biegungsmoment im Punkt c rechnet sich demnach mit

$$M_{gr} = H \cdot f,$$

wobei H die horizontale Teilkraft der Seilspannung (S) ist.

$$H = S \cos \frac{\alpha}{2},$$

$$f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\alpha}{2},$$

$$M_{gr} = \frac{1}{4} S \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \lambda.$$

Wird $\cos \frac{\alpha}{2} = 1$ gesetzt, was bei einem verhältnismäßig kleinen Winkel ohneweiters zulässig ist, zumal dadurch das Moment mit einem

etwas größeren Werte in Rechnung gestellt wird, so ist mit $S \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2}$ oder $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2S}$.

$$M_{gr} = \frac{Q \cdot \lambda}{8} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (I)$$

Die Gleichungen (65) und (66) geben die Größe der mittleren Spannung b_m, welche imstande ist, eine Abbiegung des Seiles um den Winkel α zu bewirken. Da die Spannungsverteilung in der Biegungszone λ aber nicht gleichförmig verläuft, sondern die Biegungsspannung in den Endpunkten a und b voraussetzungsgemäß gleich $\emptyset$ ist, während sie in c einen Größtwert (b) erreicht, so ist jedenfalls

$$\left.\begin{aligned} b_m &= \frac{b + 0}{2} \\ \text{oder} \qquad b &= 2\, b_m \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (68)$$

und dementsprechend stehen die Krümmungshalbmesser im umgekehrten Verhältnis wie die entsprechenden Biegungsspannungen.

$$\varrho = \frac{1}{2} R_m,$$

wobei ϱ der kleinste Krümmungshalbmesser der Biegungslinie in c der größten auftretenden Biegungsspannung b entspricht, während R_m ein gedachter Krümmungshalbmesser entsprechend einer gleichförmig verteilten mittleren Biegungsspannung b_m ist. Die Krümmung der näherungsweise angenommenen Parabel im Scheitel stimmt mit diesem R_m überein, da die Parabel in der Nähe des Scheitels als Linie gleicher Krümmung gelten kann. ($R = R_m$.) Die tatsächlich unter der Last Q eintretende Krümmung entspricht daher $^1/_2 R_m$.

Die größte Biegungsspannung (b) im Lastangriffspunkte c ist mit Rücksicht auf (68):

$$b = d \cdot \frac{Q}{S} \cdot \frac{E}{\lambda} = d \cdot \alpha \cdot \frac{E}{\lambda} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (69)$$

Die Gleichung (67) geht durch Einsetzen des Wertes für das größte Biegungsmoment, Gleichung (I), für den Punkt c über in:

$$b = \frac{Q \lambda}{8 \cdot J} \cdot \frac{d}{2} = \frac{Q \cdot \lambda}{16} \cdot \frac{d}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (70)$$

Durch Gleichsetzung von (69) und (70) erhält man:

$$d \cdot \frac{Q}{S} \cdot \frac{E}{\lambda} = \frac{Q \cdot \lambda}{16} \cdot \frac{d}{J}$$

$$\lambda^2 = \frac{16 J \cdot E}{S}$$

$$\lambda = 4 \cdot \sqrt{\frac{JE}{S}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (71)$$

somit $$b = d \cdot \frac{Q}{S} \cdot \frac{E}{4} \sqrt{\frac{S}{J.E}}$$

$$b = \frac{Q}{4} \cdot d \sqrt{\frac{E}{J.S}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

oder $$b = \frac{d}{4} \cdot \alpha \sqrt{\frac{E.S}{J}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (72a)$$

Die Gleichungen (72) und (72a) sind die Grundgleichungen der Biegungslehre vom gespannten und gleichzeitig querbelasteten Seil bzw. Draht.

Zur Überprüfung der Berechnung soll nun noch der einer gleichförmigen, mittleren Krümmung entsprechende Krümmungshalbmesser R berechnet werden.

Aus der Parabelgleichung $y = \frac{4f}{\lambda^2}(\lambda x - x^2)$ läßt sich ihr Parameter (C) durch Verlegung des Achsursprunges nach c bestimmen, für welches System die Parabelgleichung lautet:

$$y = \frac{4f}{\lambda^2} x^2$$

oder $$x^2 = 2 \cdot \frac{\lambda^2}{8f} y = 2C.y$$

$$C = \frac{\lambda^2}{8f}$$

Der Krümmungshalbmesser der Parabel im Scheitel ist bekanntlich dem Parameter gleich, somit

$$R = \frac{\lambda^2}{8f}$$

$$R = \frac{16.JE}{8.S.f}$$

und da $$f = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{2} \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{Q}{2S} = \frac{Q.\lambda}{8.S}$$

$$R = \frac{2.JE}{S.\frac{Q.\lambda}{8S}} = 16\frac{JE}{Q\lambda}$$

und mit (71) $$R = 4\frac{JE}{Q}\sqrt{\frac{S}{JE}}$$

$$R = \frac{4}{Q}\sqrt{JE}\,S.$$

Die unter der Last Q sich bildende stärkste Krümmung entspricht aber nur dem halben $R\left(\varrho = \frac{R}{2}\right)$

$$\varrho = \frac{2}{Q}\sqrt{J.E.S} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

Denn rechnet man aus der bekannten Gleichung $\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{EJ}$ der Biegungslehre den kleinsten Krümmungshalbmesser der elastischen Linie, so erhält man:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{Q.\lambda}{8.EJ} = \frac{Q}{2}\sqrt{\frac{JE}{S}} \cdot \frac{1}{E.J} = \frac{Q}{2}\,\frac{1}{\sqrt{JE.S}}$$

$$\varrho = \frac{2}{Q}\sqrt{JES}$$

somit das gleiche Ergebnis, wodurch gezeigt ist, daß die eingeführte Näherungsmethode hinsichtlich der Bestimmung des größten Biegungsmomentes zu richtigen Ergebnissen führt, nur darf der Krümmungshalbmesser im Punkt c nicht dem Krümmungshalbmesser der Parabel gleichgesetzt werden. Wie schon erläutert, stimmt eben die Parabel zwar hinsichtlich ihrer Lage gegenüber den geraden Seilstücken $A\,a$ und $b\,B$, nicht aber bezüglich ihrer Krümmung mit der tatsächlich auftretenden elastischen Biegungslinie (Kettenlinie höherer Ordnung) überein.

Ebenso ist aus der Biegungslehre die Beziehung

$$\frac{b}{E} = \frac{e}{\varrho}$$

bekannt, wobei e $\left(\text{für Runddrähte} = \frac{d}{2}\right)$ der Abstand der Randfaser von der neutralen Achse ist. Wird (73) in diese Gleichung eingesetzt, so folgt

$$b = E.\frac{d}{2\varrho} = \frac{Q}{4}.d.\frac{E}{\sqrt{J.ES}} = \frac{Q}{4}.d\sqrt{\frac{E}{JS}},$$

was der Gleichung (72) entspricht.

Die Gleichungen (72) und (72a) zeigen, daß die Biegungsbeanspruchung eines gespannten und querbelasteten Stabes mit der Querlast Q und der Stabdicke d verhältnisgleich ist, daß sie jedoch mit wachsender Längsspannung (Zugkraft S) und größerem Trägheitsmoment (J) somit größerer Steifigkeit nach dem Quadratwurzelgesetz abnimmt.

Da die Stabdicke d und das Trägheitsmoment von entgegengesetztem Einflusse sind, jedoch untereinander im Zusammenhang stehen, so kann die Gleichung (72) noch weiter umgeformt werden.

Als wichtigster Fall kommt hiebei natürlich die Kreisform des betrachteten Stabes (Drahtes) in Betracht, für welche $J = \frac{d^4}{64}\pi$ und

der Querschnitt $F = \frac{d^2 \pi}{4}$ ist. Ist z die Zugspannung für die Querschnittseinheit, dann ist $S = F . z$ und

$$b = \frac{Q}{4} . \mathrm{d} . \sqrt{\frac{E}{\frac{\pi d^4}{64} . F . z}}$$

$$b = Q . \sqrt{\frac{E}{\frac{\pi d^2}{4} . F . z}}$$

$$b = \frac{Q}{F} . \sqrt{\frac{E}{z}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Isaachsen findet auf Grund seiner streng richtigen mathematischen, aber viel mehr theoretische Vorkenntnisse voraussetzenden Ableitung im Wege der Gleichung der Biegungslinie die Biegungsbeanspruchung eines ähnlich beanspruchten Drahtes*) mit demselben Werte. Er spricht dort allerdings nur von Vertikallasten (V) und setzt für flache Seilkurven die Horizontalspannung H gleich der Seilspannung. So findet er

$$\sigma_b = \frac{V}{2} \sqrt{\frac{E}{HJ}} . s .$$

Mit $V = Q$, $H = S$, $s = \frac{d}{2}$ und $\sigma_b = \mathrm{b}$ geht seine Gleichung genau in die hier abgeleitete Gleichung (72) über.

Praktisch genau zu demselben Ergebnis kommt man aber auch, wenn man die theoretisch streng ermittelten Gleichungen für den Belastungsfall eines gleichzeitig gespannten und durch eine Querkraft in der Mitte beanspruchten Stabes**) nach Abb. 72 unseren Bezeichnungen anpaßt.

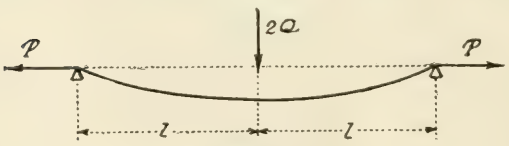


Abb. 51.

Abb. 51 ist identisch mit der Abb. 56 der „Hütte“ und entspricht $2\,Q_{Hütte} = Q$, $P_{Hütte} = S$, $l_{Hütte} = \frac{l}{2}$. Dort wird zunächst berechnet:

$$M_{max} = W . \sigma_b = \frac{Q}{\omega} \operatorname{Tg} \omega l \ldots ., \quad \text{wobei } \omega = \sqrt{\frac{P}{E . J}} .$$

Für alle praktischen Fälle wird die Hyperbelfunktion $\operatorname{Tg} \omega l = 1$, wie man sich durch Einsetzen von vorkommenden Werten leicht über-

*) Siehe Abb. 3 auf Seite 655 der Zeitschr. d. Vereines deutscher Ingenieure 1907.
**) Siehe „Hütte“, 22. Auflage, Band I, Seite 579, Abb. 56.

zeugen kann, schon deshalb, weil der Wert l stets überwiegend sein wird. Schon bei Argumenten (φ) in der Größe von 2 wird $\mathrm{Tg}\,\varphi$ praktisch $= 1$*), wodurch sich die allgemeine Gleichung in einfachere Form bringen läßt, wobei noch das Widerstandsmoment $W = \frac{J}{\frac{d}{2}}$ einzusetzen ist.

$$\sigma_b^{Hütte} = \frac{Q_H}{J} \cdot \sqrt{\frac{E.J}{P_H}} \cdot \frac{d}{2}$$

$$\sigma_b^{Hütte} = Q_H \sqrt{\frac{E}{J.P_H}} \cdot \frac{d}{2}.$$

Setzt man statt der in der „Hütte“ eingeführten Bezeichnungen die unserer Abb. 47, so geht obige Gleichung ohneweiters in Gleichung (72) über

$$b = \frac{Q}{4} \cdot d \sqrt{\frac{E}{J.S}}$$

Diese gute Übereinstimmung aller auf verschiedenem Wege gefundenen Resultate muß wohl zur Überzeugung führen, daß gegen die Berechnung eines gespannten Drahtes auf Biegungsbeanspruchung durch eine Querkraft nach Gleichung (70) kein Bedenken besteht, wenn man überhaupt die praktische Zulässigkeit der gegenwärtig allgemein angewandten Biegungslehre voraussetzt.

C. Die Biegungsbeanspruchung eines aus Drähten geflochtenen Seiles.

a) Verschiebbarkeit der Drähte vorausgesetzt.

Es handelt sich nun darum, den Übergang vom Verhalten eines Drahtes zum Drahtseil, welches aus schraubenförmig miteinander verflochtenen Drähten besteht, unter gleicher Beanspruchung zu finden. Wie schon erwähnt, findet man hierüber bei Isaachsen eigentlich keinen Aufschluß; er spricht am Ende seiner Abhandlung eben unvermittelt von Seilen, während sich seine theoretischen Ableitungen nur auf einen Draht beziehen. Hingegen hat Woernle hierüber gewiß sehr eingehende Studien und Versuche gemacht, doch will mir scheinen, daß auch seine Ausführungen**) noch einiger Erläuterungen und Ergänzungen bedürfen. Des Zusammenhanges halber soll nun im folgenden eine manche seiner Gedanken wiederholende Darstellung der Verhältnisse gegeben werden.

*) Siehe Hütte, 22. Auflage, Band I, Seite 34.

**) Die überaus gründliche Arbeit Woernles gab zur vorliegenden Studie sowohl die Anregung als auch die Unterlage, es wird hier aber einiges, was dort nur angedeutet ist, auszudrücken versucht, um die Erkenntnisse allgemein zugänglich zu machen.

Bei der Biegungsbeanspruchung eines stabförmigen Körpers (Balkenträgers) stellt man sich denselben aus gleichlaufend mit der Stabachse liegenden Fasern bestehend vor, wobei die einzelnen, verschieden gespannten Schichten (Fasern) durch die zwischen ihnen vorhandene Schubfestigkeit, welche den wirksam werdenden Scher- oder Schubkräften entgegenwirkt, an einer gegenseitigen Verschiebung gehindert sind. Auf dieser Vorstellung beruht eigentlich auch unsere ganze, derzeit allgemein angewendete Biegungslehre.

Zutreffender Weise wird ein aus (gleichlaufend zueinander gelegten) Walzeisenprofilen bestehender, genieteter Träger nach den gleichen Voraussetzungen und unter Zugrundelegung derselben Vorstellung über die Wirkungsweise der Faser oder Trägerteile berechnet.

Beim Drahtseil hingegen liegen die Verhältnisse augenscheinlich anders, so daß eine sofortige, direkte Übertragung der Erkenntnisse der Biegungslehre vom Balkenträger auf das gespannte Tragseil unzulässig wäre. Hier laufen die einzelnen Drähte bei allen Bau- oder Flechtarten der Seile stets von einer Seite des Seiles auf die andere, so daß sich ein und derselbe Draht im Falle der Biegung des Seiles abwechselnd auf der erhabenen (konvexen) und auf der inneren (konkaven) Seite des Seilbogens befindet (Abb. 52).

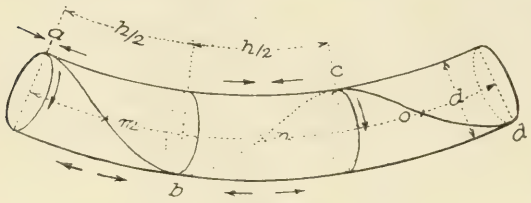


Abb. 52.

Als einfachster Fall der Drahtseilflechtung wird zunächst die des Spiralseiles (Abb. 53) in Betracht gezogen werden, wo die einzelnen Drähte konzentrisch und schraubenförmig zuerst um eine Drahtseele, dann von innen heraus als zweite Schichte um die erste, als dritte um die zweite usw. gelegt sind (Abb. 53).

Abb. 53.

Wenn auch beim Litzenseil, wo mehrere dünnere Spiralseile wieder schraubenförmig um eine Seele gewickelt sind, der Verlauf der einzelnen Drähte nach einer etwas unübersichtlicheren Kurve gestaltet ist, so besteht doch auch hier die Tatsache, daß jeder Draht innerhalb einer bestimmten Strecke h (beim Spiralseil = Schraubenganghöhe der Drahtwindung) in alle Zonen zwischen den beiden Grenzfällen, der obersten, konkaven Schichte und der untersten, konvexen, gelangt, so daß die einzelnen Drahtelemente zur x- und y-Achse eines durch den Seilmittelpunkt gelegten Normalachsensystems sehr verschiedene Stellungen einnehmen (Abb. 54).

Denken wir uns für einen Augenblick die Drähte eines Drahtseiles fest miteinander verkittet (verlötet oder verschweißt), so daß sie sich vorerst nicht gegeneinander verschieben können. Würde nun dieses Seil etwa, wie in Abb. 52 dargestellt, derart gebogen, daß auf seiner oberen, konkaven Seite Druckspannungen, auf der unteren, konvexen, aber Zugspannungen auftreten, so würde ein an der Oberfläche des Seiles befindlicher Draht bei den Punkten a und c Druckspannungen, bei b und d aber Zugspannungen — und zwar, wenn diese Stellen verhältnismäßig nahe nebeneinanderliegend gedacht sind — von annähernd gleicher Größe aufweisen müssen.

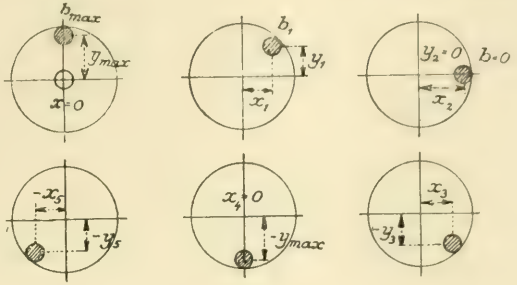


Abb 54.

Der Draht ist hier zunächst als mathematische Linie ohne physischen Querschnitt (Durchmesser δ) als unmittelbar in der Mantelfläche des schwach gebogenen Zylinders (richtig Wulst) gelegen gedacht. Bei der späteren Anwendung dieser zunächst theoretischen Betrachtungen auf die Wirklichkeit, werden die sich aus den tatsächlichen Abmessungen und Verhältnissen ergebenden kleinen Änderungen aber noch zweckentsprechend berücksichtigt werden.

Wenn nun in einem zusammenhängenden Draht in den hintereinander liegenden Elementen derartige Spannungen auftreten, daß sich zunächst beim Punkt a Druckspannungen zeigen, die gegen m zu bis auf 0 abnehmen, worauf sie bis bei b auf nahezu den gleichen Wert der Zugspannung ansteigen, in n die Spannung wieder 0 ist, worauf nach einer ganzen Schraubenwindung von der Ganghöhe h wieder die größte Druckspannung eintritt, so wird sich der Spannungsverlauf in einer Schraubenwindung, deren Länge wegen des Überwiegens der Längendimension gegenüber der Seildicke d näherungsweise der Schraubenganghöhe gleichkommt, wie folgt (Abb. 55) darstellen. Hiebei verläuft der Spannungsabfall nach einer Sinuslinie,

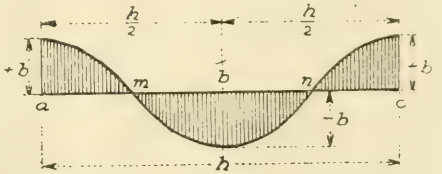


Abb. 55.

da die Biegungsspannung dem jeweiligen y, d. i. der Entfernung von der neutralen Achse verhältnisgleich ist (Abb. 55) und y sich mit der zunehmenden Entfernung vom Punkt a nach dem Sinusgesetz ändert.

Diese verschiedenen Spannungen im Draht, werden bei elastischem Material bei Zugbeanspruchung Verlängerungen, bei Druck Verkürzungen des Drahtes hervorbringen, was ja auch aus den geometrischen Formänderungen des Seilkörpers zu folgern ist, da die einzelnen Drahtelemente in ihrer Lage gegenüber den anderen Seildrähten des Querschnittes durch die Verkittung festgehalten sind. Da die Verlängerungen und Verkürzungen regelmäßig in jeder Schraubenwindung abwechselnd auftreten, wird auch die Gesamtlänge des so von einer Seite des Seiles auf die andere übergehenden Drahtes augenscheinlich keine Änderung erfahren.

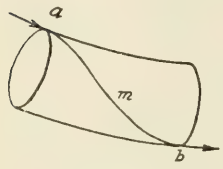


Abb. 56.

Man kann sich aber leicht vorstellen, daß die Innenspannungen in einem solchen Draht sich auszugleichen versuchen werden, was ihnen auch dann gelingen wird, wenn die Verkittung dem Bestreben der

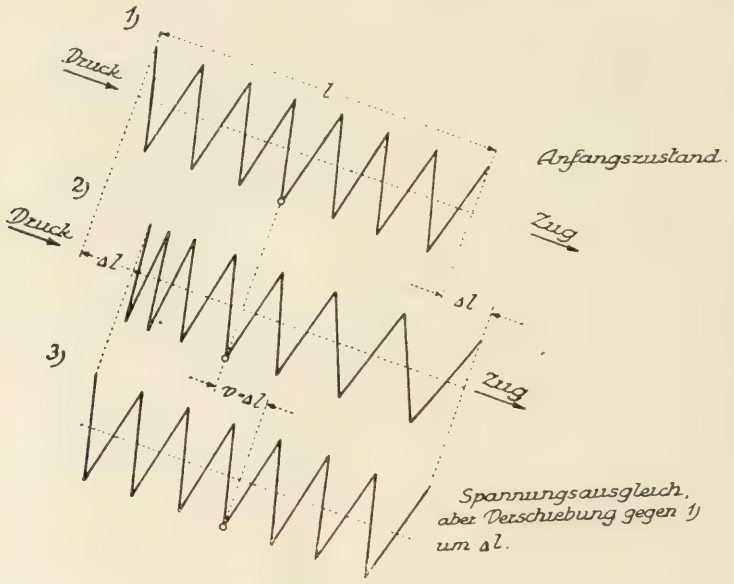


Abb. 57.

Innenkräfte nicht mehr Widerstand leisten kann, wenn die Spannungen, die das Drahtstück ab bei a drücken, bei b aber ziehen würden, dasselbe wirklich verschieben können. Dies ist beim Drahtseil, welches die von uns hier nur gedachte Verkittung der Drähte nicht besitzt auch tatsächlich meistens der Fall, und zwar wirken alle Spannungen in einer halben Schraubenwindung im gleichen Sinne, was man sofort erkennt, wenn man sich bei a und b einen Querschnitt ausgeführt

denkt und die inneren Spannungen als äußere Kräfte anbringt (Abb. 56).

Die Innenspannungen eines solchen Drahtes in einem gebogenen Seil lassen sich am anschaulichsten dadurch darstellen, daß man sich den Draht durch eine elastische Spiralfeder ersetzt denkt, deren Windungen bei Druckspannung zusammengepreßt, bei Zugspannung auseinander gezogen sind (Abb. 57). In der veränderten Spiralfeder werden sich die Spannungen auszugleichen suchen, so daß wieder die ursprüngliche Form der Feder hergestellt wird.

Es werden sich somit die Drahtelemente im Abschnitt *a b* (Abb. 52 und 56), wie die Drahtwindungen der Spiralfeder, alle nach rechts zu verschieben suchen, jene des Abschnittes *b c* alle nach links drängen, derart, daß eben bei *b* eine Mehrlänge der Faser vorhanden ist, während bei *a* und *c* entsprechend der Zusammendrückung eine Verkürzung entsteht. Es wird jedoch nicht bloß die Tendenz zu einer solchen Verschiebung vorhanden sein, sondern sie wird wirklich eintreten, wenn ihr kein Hindernis entgegensteht. Als eine derartige hindernde Kraft kommt, da eine (der Verkittung ähnliche) Verbindung der einzelnen Drähte nicht besteht, lediglich die Reibung zwischen den Drähten der äußeren Lage mit denen der inneren in Betracht. Hierauf wird noch später zurückgegriffen werden.

Zunächst betrachten wir aber den Fall, daß die Reibung — wenn auch vorhanden — nicht imstande wäre, die Bewegung der einzelnen Drahtelemente zwecks Ausgleichs der Spannungen im Draht zu hindern. Dann wird sich der Draht eben innerhalb jedes halben Schraubenganges tatsächlich nach der Zugseite im Seil verschieben, die Spannungen werden sich ausgleichen und da er in der Gesamtstrecke *a b c* usw. infolge der schon früher erörterten Verhältnisse durch die Biegung des Seiles keine Längenänderung erfährt, so wird der (vorläufig als mathematische Linie angenommene) Draht infolge der Biegung des Seiles auch keine Spannung erhalten. Bei vollkommener gegenseitiger Verschieblichkeit der Seildrähte gegeneinander tritt also bei der Biegung eines Seiles in dessen zunächst unendlich dünn gedachten Drähten keine Biegungsspannung auf.

Die einzelnen Drähte liegen jedoch in Raumkurven (Schraubenlinien auf einer Wulst-Mantelfläche), die einen Krümmungskreis besitzen, der nach der Anschauung und auch gemäß der von Woernle durchgeführten Berechnung*) nur um weniges kleiner ist, als der der Mittellinie des gebogenen Seiles.

Wenn also die einzelnen Drähte nicht mathematische Linien sind, sondern mit physischem Querschnitt (Dimension δ und daher mit Träg-

*) Zeitschrift des Verbandes deutscher Diplom-Ingenieure 1913, Seite 553.

heitsmoment J_δ und Biegungswiderstand) ausgestattet sind, so werden ihre ungünstigst gelegenen äußeren Fasern eben eine Biegungsbeanspruchung erleiden, die sich nach dem Grade ihrer Krümmung und ihrem Trägheitsmoment eben nach der Gleichung (72) berechnen läßt.

Wäre i die Anzahl der vorhandenen Drähte im Drahtseil, so wird jeder von ihnen das gleiche Verhalten zeigen. Keiner von ihnen wird — Verschieblichkeit gegeneinander vorausgesetzt eine — Verlängerung oder Verkürzung gegenüber den anderen erfahren; jeder von ihnen aber wird in gleicher Weise, dem Krümmungskreis entsprechend gebogen werden, soweit es die Steifigkeit aller Drähte in ihrer Summe zuläßt.

Es wird sich also in jedem einzelnen Draht, welcher wie schon gesagt, in seiner Gesamtlänge keine Änderung erfährt, so daß alle Drahtmittellinien gleichlaufend nebeneinander liegen bleiben werden, wegen der Querschnittsdimension des Drahtes (nicht des Seiles!) und der unter der Querkraft Q entstandenen Krümmung des Seiles und mit ihm jedes einzelnen Drahtes eine durch den Schwerpunkt (Mittelpunkt) jedes Drahtquerschnittes, senkrecht zur Biegungsebene liegende neutrale Schichte ergeben (Abb. 58).

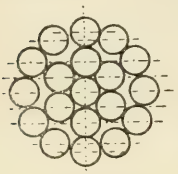


Abb. 58.

Es ist also wirklich so, als ob die i-Drähte alle einfach nebeneinander oder übereinander liegen würden, ohne daß zwischen ihnen eine Verbindung des Seilquerschnittes besteht. Die Wirkung ihrer Zahl sich lediglich dadurch zeigen, daß die auf das ganze Seil wirkende Querkraft Q sich auf alle i-Drähte (praktisch genau gleichmäßig) verteilt, so daß auf einen Draht bloß der $i$te Teil von Q entfällt. Dasselbe gilt natürlich auch hinsichtlich der Seilzugkraft (S), die sich auch auf i-Drähte (gleichmäßig) aufteilen wird. Es wird somit die Biegungsbeanspruchung (b)*) eines jeden Drahtes von der Dimension δ im Drahtseil nach Gleichung (72) zu berechnen sein.

$$\bar{b} = \frac{Q}{4 \cdot i} \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{E}{J_\delta \cdot \frac{S}{i}}}$$

$$\bar{b} = \frac{Q}{4} \cdot \delta \cdot \sqrt{\frac{E}{\underbrace{J_\delta \cdot i}_{} \cdot S}}$$

Wird nun tatsächlich $\underbrace{i \cdot J_\delta}$, das i-fache Trägheitsmoment des einzelnen Drahtes oder allgemein ΣJ_δ gleich einem gedachten Trägheitsmoment $\bar{J}$ des Seiles gesetzt, dann rechnet sich die Biegungsbean-

*) Für die Biegungsbeanspruchung bei möglicher Drahtverschiebung wird hier die Bezeichnung $\bar{b}$ zum Unterschied für die Biegungsspannung nicht gegeneinander beweglicher Drähte eingeführt.

spruchung eines Drahtseiles nach der auch schon von Woernle ermittelten Gleichung, so wie die des einzelnen Drahtes.

$$J = \Sigma J_\delta \text{ oder bei gleichen Drähten}$$

$$J = i \,.\, J_\delta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (75)$$

$$b = \frac{Q}{4} \,.\, \delta \,.\, \sqrt{\frac{E}{J \,.\, S}} \quad \ldots \ldots \quad (76)$$

wobei Q und S die Querkraft und die Seilzugkraft (wie in Abb. 46 und 47) sind, J jedoch als gedachtes Trägheitsmoment nach Gleichung (75) zu rechnen ist. δ ist die größte Dimension des einzelnen Drahtes in der Zeichenebene.

Für lauter kreisrunde Drähte vom Durchmesser δ geht Gleichung (76) über in

$$b = \frac{Q}{4} \,.\, \delta \sqrt{\frac{E}{\frac{i \,.\, \pi}{64}\, \delta^4 \, S}}$$

$$b = Q \,.\, \sqrt{\frac{E}{\frac{i \,.\, \pi \, \delta^2}{4} \,.\, S}}$$

Wird daher der wirkliche Seilquerschnitt $\left(\text{nicht } \frac{d^2 \pi}{4}\right)$, der gleich der Summe der Drahtquerschnitte ist, mit F_s bezeichnet, so ist

$$F_s = i \,.\, \frac{\pi}{4} \, \delta^2$$

$$b = Q \,.\, \sqrt{\frac{E}{F_s \,.\, S}} \quad \ldots \ldots \quad (77)$$

Die Biegungsbeanspruchung eines aus Runddrähten geflochtenen Seiles ist also, wie dies schon Isaachsen angeführt und Woernle berechnet hat, von dem Durchmesser δ der einzelnen Drähte unabhängig. Es wäre also theoretisch gleichgültig — wenigstens hinsichtlich der Biegungsspannung, nicht aber bezüglich der später zu erörternden Verhältnisse, ob das Seil aus dicken oder dünnen Drähten gewickelt ist.

Die Diskussion der Gleichung (77) zeigt sofort, daß die Biegungsbeanspruchung eines Tragseiles direkt mit der Querkraft Q wächst, während sie mit zunehmendem Seilquerschnitt F_s und vergrößerter Seilspannung nach dem Verhältnis der Quadratwurzel abnimmt. Wir sehen also schon hier die Hauptmomente, auf die es zur Verminderung der Biegungsspannung ankommt:

1. Verhältnismäßig kleine Querkraft,
2. großer Seilquerschnitt,
3. starke Seilspannung.

Die späteren Untersuchungen werden noch ergeben, daß tatsächlich diese Momente es sind, welche auch die Lebensdauer eines Tragseiles günstig beeinflussen.

Führt man statt der Kraft S, durch die ein Seil in Spannung gehalten wird, die spezifische Zugspannung z pro Flächeneinheit des Seilquerschnittes F_s ein, so ist

$$S = F_s \cdot z \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (78)$$

$$\overline{b} = Q \cdot \sqrt{\frac{E}{F_s \cdot F_s \cdot z}}$$

$$b = \frac{Q}{F_s} \cdot \sqrt{\frac{E}{z}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (79)$$

Nachdem die Elastizitätsziffer E und die übliche Zugbeanspruchung bei einer gewissen Sicherheit für jedes Drahtmaterial bekannte Zahlengrößen sind, so kann

$$\sqrt{\frac{E}{z}} = k \quad \ldots \ldots \ldots \quad (80)$$

gesetzt werden, somit wird

$$\overline{b} = \frac{Q}{F_s} \cdot k \quad \ldots \ldots \ldots \quad (81)$$

Es kann also die Biegungsbeanspruchung $(\overline{b})$ mit Hilfe der Verhältniszahl K (die sich für $z = 3000—4000\, kg/cm^2$ in den Grenzen 26—22 bewegt) so berechnet werden, als ob die k-fache Querkraft den Seilquerschnitt F_s direkt auf Zug oder Druck belasten würde.

Man kann aus Gleichung (71), welche die Biegungszone eines Drahtes — und auf diese kommt es auch bei dem als Drahtbündel wirkenden Seil an — ergibt, leicht ausrechnen, daß der Spannungsabfall links und rechts der Querkraft um so rascher vor sich geht, je kleiner das Trägheitsmoment J_ϑ (die Drahtsteifigkeit) ist. Woernle hat auch die Kurven des Verlaufes der Biegungsspannungen bereits, wie folgt, dargestellt (Abb. 59).

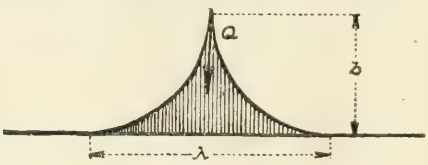


Abb. 59.

Er hat schon darauf hingewiesen, daß bei Teilung der Wagenlast einer Seilschwebebahn in mehrere Querkräfte Q durch (zwei- oder) mehrrädrige Laufwerke zwar die Querkraft auf den entsprechenden Teil das Gesamtwagengewichtes G herabgesetzt werden kann (Abb. 60), daß aber bei dicken Seildrähten wegen der größeren Länge der Biegungszone λ ein Überdecken der Spannungsdiagramme eintritt, wenn

der Radstand (r) der Laufwerke kleiner ist als die Biegungszone λ*) (Abb. 61).

Letzteres erscheint aber praktisch nur dann von Belang, wenn der Radstand r wesentlich kleiner als $\frac{\lambda}{2}$ (die halbe Länge der Biegungszone) ist. Es entspricht ja auch dem technischen Gefühl, die Seilknickung dadurch auf das unschädliche Maß zu bringen, indem man den Radstand der Laufwerke möglichst groß wählt.

b) Die Reibungskräfte zwischen den Drähten.

Wenden wir uns aber jetzt tatsächlich der Reibung zwischen den Drähten der äußersten Seilschicht auf ihrer Unterlage zu und versuchen wir deren Größe zu ermitteln, um uns ein Bild darüber zu machen wie weit ihr Einfluß gegebenenfalls wirklich reichen kann. Hiezu wird für die Anfangsbegriffe der schon von Isaachsen — allerdings bloß durch ein Zahlenbeispiel ohne textliche Erklärungen — eingeschlagene Weg gewählt. Die resultierenden Folgerungen und gewisse Erkenntnisse über das Wesen und die Wirkung der Reibung im Seil weichen allerdings wesentlich von seinen und auch zum Teil von Woernles Ansichten ab.

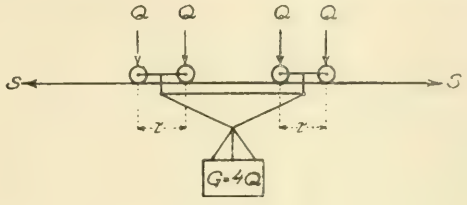


Abb. 60.

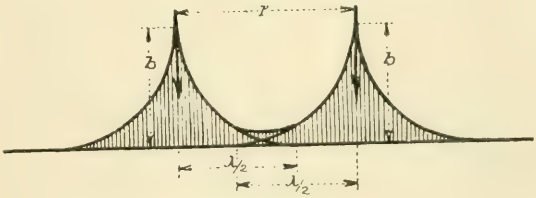


Abb. 61.

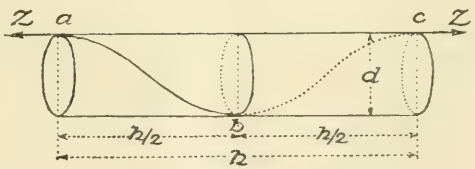


Abb. 62.

Denken wir uns ähnlich wie in Abb. 52, einen vorerst als sehr dünn angenommenen Draht der äußersten Schichte eines Drahtseiles als Schraubenlinie von der Ganghöhe h auf der sich als Mantelfläche eines Kreiszylinders mit dem Durchmesser d darstellenden Seiloberfläche gezeichnet (Abb. 62). Die Bezeichnungen sind den früheren Betrachtungen entsprechend gewählt.

*) Siehe Woernle, Zeitschrift des Vereines deutscher Diplom-Ingenieure 1913. Seite 581, Abb. 54 und 55.

Im Draht wirke eine Zugspannung pro Flächeneinheit von der Größe z. Denken wir uns nun die Manteloberfläche eines Schraubenganges in eine Ebene abgewickelt (Abb. 63).

Wir sehen, daß sich die Zugspannung z in zwei Teilwirkungen zerlegen und dementsprechend wirksam zeigen wird. Die Komponente $z_1 = z \cos \omega$, die wegen der für tatsächliche Fälle stets eintretenden Kleinheit des Winkels ω der Drahtzugspannung fast gleich sein wird, wird das Seil spannen. Die darauf senkrechte Umfangsspannung u würde den Draht gerade zu strecken versuchen, indem sie seine Elemente quer zur Längsachse des Seiles auf der Seiloberfläche zu verschieben sucht. Es werden also im Draht überall Kräfte rege werden, die ihn nach einer Seite hin — je nachdem ob Links- oder Rechtswicklung — parallel zu sich selbst zu verschieben trachten würden, wenn sie daran nicht durch die bestehende Reibung des Drahtes auf seiner Unterlage gehindert würden.

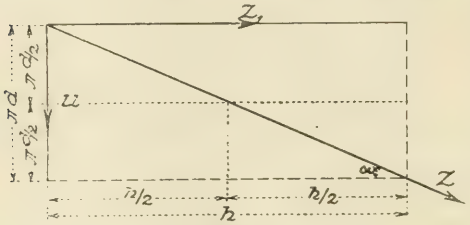


Abb. 63.

Zunächst ist

$$\sin \omega = \frac{\pi \cdot d}{\sqrt{\pi^2 d^2 + h^2}}$$

und da die Schraubenganghöhe h die Größe des Seildurchmessers d stark überragt,

$$\operatorname{tg} \omega \cdot \sin \omega = \frac{\pi \cdot d}{h}$$

$$u = z \sin \omega \cdot z \operatorname{tg} \omega \quad \ldots \ldots \quad (82)$$

Wir müssen nun die Verhältnisse in dem Drahtstück vom Ausmaß einer halben Ganghöhe betrachten, weil wir schon früher erkannten, daß sich innerhalb dieser Zone die Drähte zu verschieben trachten, um ihre durch eine Biegung des Seiles hervorgerufenen Spannungen (siehe Abb. 55) auszugleichen. Zur Erklärung der diesbezüglichen Verhältnisse mögen die Abb. 64, 65, 66 dienen.

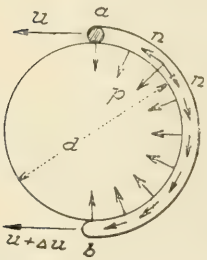


Abb. 64.

Im Zustand der Ruhe liegt also ein mit der Spannung z pro Querschnitts-Flächeneinheit gespannter Draht derart schraubenförmig um einen Halbzylinder geschlungen, wie es Abb. 65 zeigt. In diesem Falle, somit bei Gleichgewicht, wird in der ganzen in Betracht gezogenen Länge des Drahtes in ihm bloß die an und für sich bestehende

Zugspannung z herrschen. Soll sich aber der Draht in der Richtung von a nach b verschieben und herrscht Reibung zwischen ihm und seiner Unterlage, so muß er zwei gleichzeitigen Bewegungsrichtungen (Komponenten) folgen. Hievon soll eine in der zylindererzeugenden Geraden, die andere in dem darauf senkrechten Kreisquerschnitte liegen. Diesen beiden Bewegungsrichtungen entsprechen auch die Komponenten der Drahtspannung σ', nämlich m' und n' (Abb. 65) und die ihnen entgegengesetzt gerichteten Reaktionen m und n. Soll das Drahtelement sich im Gleichgewicht bewegen, so muß auch die durch die Bewegung wirksam gemachte Reibung auf der Unterlage, die von dem Normaldruck p herrührt, berücksichtigt werden.

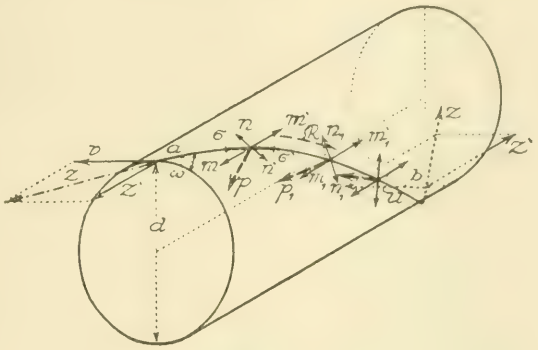


Abb. 65.

Die Komponenten m' und m liegen in einer Geraden, schließen also keinen Winkel miteinander ein. Sie können also demgemäß als Resultierende keinen Normaldruck p nach innen hin erzeugen. Hingegen schließen die in der Tangente eines Umfangskreises gelegenen Teilkräfte n und n' einen kleinen Winkel ($d\alpha$) miteinander ein, so daß ihre Resultierende ein Druck in der Richtung gegen die Seilmitte ist. Alle Drahtelemente des halben Schraubenganges können in gleicher Weise betrachtet und die Gesamtwirkung wie folgt, zusammengefaßt werden: Alle in den Zylindererzeugenden liegenden Spannungen m und m', m_1 und m_1', m_2 und m_2' usw. ergeben als gleichgerichtet keinen Druck auf die Unterlage. Hingegen geben alle in den verschiedenen Kreisumfängen liegenden Teilkräfte n und n', n_1 und n_1', n_2 und n_2'usw. Drücke auf die Unterlage von der Größe p, p_1, p_2 usw. und zwar genau in derselben Größe, wie sie bei einem tatsächlich in einem Halbkreis um den Zylinder gewundenen Faden (Abb. 64) entstehen würden. Man kann Abb. 64 auch als Projektion der Schraubenlinie auf die Grundfläche des Zylinders auffassen und kann in der Projektion ebenfalls alle Normaldrücke p, p_1, p_2 usw. ersichtlich machen, so daß man statt der Kräftegruppierung im Raum eine solche in der Ebene

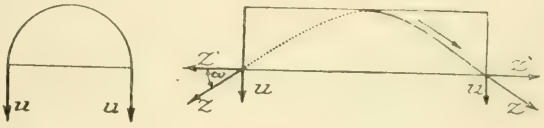


Abb. 66.

betrachten kann, ohne — hinsichtlich ihrer Größe — zu einem anderen Ergebnis zu gelangen. Die Kräftewirkungen bei Abb. 64 sind jedoch bei Vorhandensein von Reibung aus der technischen Mechanik bereits hinreichend bekannt, so daß sich hierauf ohne weitere Ableitung bezogen wird. Es ist der gleiche Fall wie er bei der Bewegung eines biegsamen mit der Kraft u gespannten Fadens um eine Kreisscheibe bei einer gesamten Richtungsänderung von 180^0 $(= \pi)$ eintritt. Die hiebei auftretende Reibung (r_3) ist nach bekannten Beziehungen*)

$$r_3 = v\left(e^{\mu\alpha} - 1\right) = \nu_3 \, u \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (83)$$

wobei μ die Reibungsziffer zwischen dem Faden und der Kreisscheibe (beim Drahtseil: zwischen Draht aus Stahl und rauher Metallunterlage, da die Drähte gekreuzt übereinander liegen!) ist. Der Umschlingungswinkel α ist in unserem Falle gleich 180^0 $(= \pi)$, e = Grundzahl der natürlichen Logarithmen = 2·718282.

Die Gleichung (83) führt in die weitere Rechnung einen Wert für die Reibung (r_3) ein, der der Umfangskraft $u = z \operatorname{tg} \omega$ verhältnisgleich ist und sich nach bekannten Gesetzen der technischen Mechanik mit der Ziffer $\nu_3 = \left(e^{\mu\alpha} - 1\right)$ berechnet, wobei μ_3 = die Reibungsziffer der gleitenden Reibung für gekreuzte Stahldrähte jedenfalls einen hohen Wert annehmen dürfte, da die bei der Seilerzeugung stark aufeinander gepreßten Drähte, die teilweise sogar dauernd unelastisch gekrümmt sind, sich sehr schwer gegeneinander verschieben lassen. Versuche über die Bestimmung des Wertes ν_3, bzw. von μ für die bei Stahldrahtseilen bestehenden Verhältnisse sind leider noch nicht ausgeführt; sie sind außerdem auch besonders schwierig zu veranstalten, so daß vorläufig nur auf den Wert von ν_3 nach dem Verhalten des Seiles bei der Biegung rückgeschlossen werden kann.

Außer der durch die Verhältniszahl ν_3 gekennzeichneten Reibung der gespannten Drähte auf ihrer Unterlage besteht aber noch eine Reibung zwischen den Nachbardrähten einer und derselben Lage — also auch der Decklage. Auch diese Reibung ist sehr erheblich. Sie rührt zunächst von einer gewissen Anfangspressung (A), mit der die Drähte bei der Seilerzeugung gegeneinander gedrückt werden, her; außerdem nimmt die gegenseitige Reibung der Drähte einer Lage mit zunehmender Seilspannung z zu. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Umfangskraft $u = z \operatorname{tg} \omega$ die Deckdrähte gerade zu strecken sucht, so daß sich einer auf den anderen preßt und dadurch weiters die Reibung $r_2 = \mu_1 \, . \, u$ hervorruft.

*) Vgl. „Hütte“, 22. Aufl., 1. Band, Seite 256, 257, 258.

Die Gesamtreibung (r) wird sich daher aus der Summe dieser drei Einflüsse zusammensetzen:

1. Reibung durch Anfangspressung bei der Seilerzeugung:

$$r_1 = A\,\mu_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (84)$$

2. Reibung der Drähte der Decklage untereinander, wegen der Umfangskraft:

$$r_2 = u \,.\, \mu_1 = z \operatorname{tg} \omega \,.\, \mu_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (85)$$

Hiebei ist μ_1 die Reibungsziffer zwischen aufeinander gepreßten gleichlaufenden Drähten aus hartem Stahl und kann mit $\mu_1 = 0{\cdot}10$ angenommen werden.

Über diese beiden Reibungswiderstände wurden durch den Betriebsdirektor H. Kroen der St. Egydier Drahtseilfabrik in Niederösterreich Versuche*) ausgeführt, die jedenfalls ergaben, daß die Drähte einer Lage äußerst fest aneinander halten und daß es großer Kräfte bedarf, um einen durchgefeilten (abgeschnittenen) Draht, selbst wenn er nur mehr auf $^1/_3$ bis $^1/_2$ Windungslänge im Seil steckt, herauszuziehen. Eine Gesetzmäßigkeit konnte aber nachträglich aus diesen ursprünglich einem anderen Zweck dienenden Versuchen nicht abgeleitet werden, da die Größe der Anfangspressung nicht bekannt ist. Soviel scheint festzustehen, daß der Einfluß der Anfangspressung (Verseilung) ein sehr großer ist und man dürfte nicht fehlgehen, wenn man das unbekannte r_1 mit der Größe r_2 gleich annimmt, da es eher größer sein dürfte.

$$r_1 + r_2 = 2\,r_2 = 2\,\mu_1\, z \operatorname{tg} \omega \quad \ldots \ldots \quad (86)$$

Für μ, der Reibungsziffer zwischen aufeinander gepreßten, gekreuzten und dauernd gebogenen Stahldrähten, die förmlich wie Haken ineinandergreifen, dürfte ein Wert von $\mu_3 = 0{\cdot}35$ entsprechend erscheinen. Hieraus gibt sich

$$v_3 = \left(e^{\mu\,\alpha} - 1\right) = (\text{für } \alpha = 180^0) = 2^{**})$$

$$r_3 = v_3 \,.\, u = v_3\, z \operatorname{tg} \omega, \text{ wobei } v_3 = 2{\cdot}0 \quad \ldots \ldots \quad (87)$$

und die Gesamtreibung r

$$r = r_1 + r_2 + r_3 = 2\,\mu_1\, z \operatorname{tg} \omega + v_3\, z \operatorname{tg} \omega$$

$$r = (2\,\mu_1 + v_3)\; z \operatorname{tg} \omega$$

$$r = 2{\cdot}2\, z \operatorname{tg} \omega = v \,.\, z \operatorname{tg} \omega. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (88)$$

*) Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe sind in ihren Zahlenwerten in der Österreichischen Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen 1906, Heft 6, in der Abhandlung „Versuche über die unsichere Drahtlänge bei Drahtbrüchen von Förderseilen“ mitgeteilt. Hier kommt natürlich die Reibung eines gespannten Drahtes auf seiner Unterlage (r_3) nicht zur Wirkung, da die herauszuziehenden Drähte selbst abgeschnitten, somit spannungslos waren.

**) Siehe „Hütte“, 22. Auflage, 1. Band, S. 258.

Wie schon früher erwähnt, ist der hiemit für $\nu = 2{\cdot}2$ aufgestellte Wert kein bereits durch Versuche bestätigter, doch besteht eine gewisse Wahrscheinlichkeit für die richtige Wahl desselben, da die weiter gefolgerten Werte mit den Ergebnissen der Praxis in Einklang gebracht werden können. Jedenfalls hätte das Versuchswesen in der Drahtseiltechnik noch ein reiches Feld der Betätigung.

Immerhin soll an dieser Stelle ausgedrückt werden, daß es eigentlich verwunderlich erscheint, daß in den bisher aufgestellten Theorien über Biegungsbeanspruchung der Tragseile die Einwirkung dieser augenscheinlich großen Reibungskräfte einfach durch die Annahme der vollkommenen Verschieblichkeit der Drähte untereinander nicht weiter in Rechnung gezogen wird, obwohl fast alle diesbezüglichen Arbeiten (Woernle, Benoit, Isaachsen, Nobile) von den Reibungskräften ausdrücklich sprechen.

Die gegenseitige Verschiebung der Drähte eines Tragseiles unter der Einwirkung einer Querkraft ist auch bei gut ausgeführten Drahtseilbahnen (Güterbahnen) meines Wissens nicht beobachtet worden. Hingegen scheint alles dafür zu sprechen, daß bei Bahnen, wo infolge zu großer Querbelastungen und wie gleich gezeigt werden wird, zu geringer Seilspannung (z) tatsächlich Drahtverschiebung vorkommt (Personenseilbahnen), die Lebensdauer der Seile eine recht begrenzte sein dürfte. Ein abschließendes Urteil läßt sich indes bei der kurzen Zeit der Erfahrung im Seilbahnbau und der verhältnismäßig seltenen Ausführung von Bahnen für hohe Einzellasten natürlich noch nicht fällen.

Die Gleichung (88) gibt uns also den nach dem heutigen Stand der Erfahrungen möglichen Aufschluß über die Größe der Reibung (r), mit der ein Draht eines Drahtseiles, das einer Zugspannung (z) pro Flächeneinheit unterworfen ist, in seiner vor einer Biegungsbeanspruchung eingenommenen Lage festgehalten wird, so daß er sich gegenüber seinen Nachbarn nicht verschiebt.

Die Richtung dieser Reibungskraft ist, wie bei jeder Widerstandsäußerung diejenige des Bewegungsbestrebens des Drahtes. Sie fällt somit mit der Längsachse des Drahtes zusammen und ist auch geeignet, die tatsächliche Zugbeanspruchung zu vergrößern. Die Reibung r fällt somit in die Richtung der Zugspannung (z) (Abb. 63).

c) Die verschiebende Kraft.

Wie wir nun schon früher erkannt haben, haben die in den einzelnen Drähten eines Drahtseiles bei einer Biegung auftretenden Spannungen das Bestreben, die soeben betrachtete Reibung zu überwinden und den Zusammenhang des Seilquerschnittes dadurch aufzuheben.

Wie groß ist nun die verschiebende Kraft (X) in einer halben

Schraubengangwindung ebenfalls auf die Zugspannung z pro Querschnittsflächeneinheit bezogen?

Der Spannungsverlauf in einem solchen Draht von halber Schraubenganglänge ist in nachstehender Abb. 67 schematisch bei geradegestrecktem Draht als Diagramm gezeichnet.

Die Spannung im Punkt a, der die gleiche Bezeichnung wie in Abb. 52 und 56 trägt, wird $+b$ (Druck) sein und allmählich im Punkt m gleich Null werden, um beim Punkt b auf $-b$ (Zug) anzuwachsen, wenn dort noch das gleiche Biegungsmoment herrscht wie in a. Alle diese Spannungen wirken insofern im gleichen Sinn, als sie den Draht von a gegen b zu schieben suchen und ihre Resultierende wird die schiebende Kraft X (etwas ähnliches wie die Schubkraft bei der Biegung von parallellaufenden Fasern) pro $^1/_2$ Schraubengang und pro Einheit des Drahtquerschnittes sein.

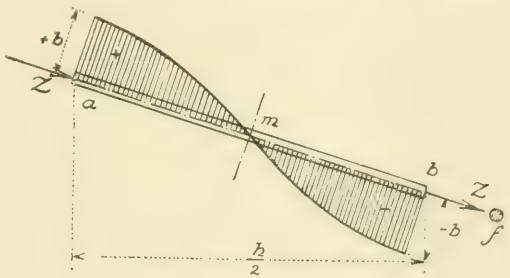


Abb. 67.

Die Resultierende X findet man durch Reduktion der Spannungsdiagramme auf Rechtecke gemäß Abb. 55 und 67, wobei daran erinnert wird, daß der Spannungsverlauf dem Sinusgesetz entspricht. Die mittlere Spannung ergibt sich somit als das $0{\cdot}64\,(=2:\pi)$-fache des größten Spannungswertes in a oder b.

$$X = 0{\cdot}64\,b \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Die schiebende Kraft (X) pro Drahtquerschnittseinheit ist der $0{\cdot}64$ fachen Biegungsspannung (b) gleich.

Es kann nun leicht weiter geschlossen werden, daß es einen Belastungsfall gibt, bei dem durch entsprechend große Zugspannung (z) im Seil die Reibung, welche mit ihr nach Gleichung (88) wächst, so groß wird, daß sie der schiebenden Kraft $X = 0{\cdot}64\,b$, die mit zunehmender Zugspannung nach Gleichung (74) nach dem Quadratwurzelgesetz fällt, das Gleichgewicht hält, oder sie übersteigt. In letzterem Falle wird tatsächlich das Bestreben der einzelnen Drähte, sich zu verschieben durch die große Reibung gehindert werden. Die Drähte werden durch die starke Pressung aufeinander und die dadurch wachgerufene Reibung sich in ihrer Gesamtheit so verhalten, wie ein aus schraubenförmigen Drahtelementen zusammengeschweißter Stab vom Querschnitt des Seiles mit dem Durchmesser d. Es wird gelten:

$$X \leq r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

$$0{\cdot}64\,b < \nu \,.\, z \,.\, \operatorname{tg} \omega.$$

Ferner, da sich nun das ganze Seil als einheitlicher Verbundkörper wie der eingangs betrachtete zylindrische Draht nach Gleichung (72) verhält:

$$0{\cdot}64\,\frac{Q}{4}\,.\,d\sqrt{\frac{E}{J_s\,.\,S}} \leqq \nu\,.\,z\,\mathrm{tg}\,\omega.$$

Hiebei ist J_s das wirkliche Trägheitsmoment des aus i-Drahtquerschnitten zusammengesetzten Seilquerschnittes. (Siehe Gleichung (13) und (16) des Abschnittes I.)

Bei $S = F_s\,.\,z$ wird

$$0{\cdot}16\,Q\,.\,d\,.\sqrt{\frac{E}{J_s\,.\,F_s\,.\,z}} \leqq \nu\,.\,z\,.\,\mathrm{tg}\,\omega.$$

Und daraus jene Querbelastung (Q), die noch keine Drahtverschiebung hervorruft:

$$Q \leqq 6{\cdot}25\,\nu\,\frac{\mathrm{tg}\,\omega}{d}\sqrt{\frac{J_s\,.\,F_s\,.\,z^3}{E}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

Die im Innern eines Drahtseiles liegenden Drähte haben im Falle des durch Reibung zusammenhängenden Querschnittes nur kleinere Biegungsspannungen zu erleiden als die außenliegenden. Sie erfahren aber durch die als Folge der Zugspannung auftretende Pressung, die durch die äußeren Drähte auf sie ausgeübt wird, die gleich große Reibung, so daß sie weniger der Verschiebung ausgesetzt sind als die bisher betrachteten äußeren Drähte. Deshalb werden die Verhältnisse der inneren Drähte, als weniger von Belang, hier nicht weiter behandelt.

Nach Gleichung (91) kann man also tatsächlich durch Vergrößerung der Zugspannung z einen Zustand herbeiführen, der das Seil, so lange es unter dieser Spannung steht, zum Stab macht, während es im spannungslosen Zustand wieder größere Biegsamkeit besitzt.

In diesem Zustande werden sich die einzelnen Drähte tatsächlich nicht aneinander reiben, sich mithin nicht durch Reibungsarbeit und Materialverschleiß abnützen, somit eine wesentlich längere Lebensdauer haben, als bei geringer Seilspannung. Dies stimmt mit den Erfahrungen der Praktiker insofern überein, als diesen bekannt ist, daß nicht die hohe (nicht wechselnde) Seilzugspannung, sondern die unter der wandernden Last stetig veränderliche Biegungsspannung im Seil dessen Lebensdauer ungünstig beeinflußt.

d) Voraussetzung unverschiebbarer Drähte.

Um nun zur praktischen Anwendungsmöglichkeit unserer Hauptgleichungen zu kommen, müssen wir die in ihnen vorkommenden Größen

durch leicht meßbare Dimensionen ersetzen, wobei hier nur Runddrähte in Betracht gezogen werden, während für Profildrähte die Ermittlung des Seilquerschnittes und der Trägheitsmomente nach dem bekannten (zeichnerischen) Verfahren durchzuführen sein wird.

Unter J_s und F_s sind die wirklichen Funktionen des aus i-Drähten zusammengesetzten Seilquerschnittes zu verstehen, die etwas kleiner sein werden als die entsprechenden Funktionen J und F für einen Stab vom vollen (kreisförmigen) Querschnitt mit dem Durchmesser d, so daß man nachstehende Bezeichnungen einführen kann:

$$J_s = c_1 J \ldots J = \frac{\pi}{65} d^4$$

$$F_s = c_2 F. \ldots F = \frac{\pi}{4} d^2.$$

Hiebei ist c_1 ungefähr gleich 0·72 bis 0·73, c_2 ungefähr 0·75 bis 0·76. (Siehe hierüber Gleichung (13) und (16) des Abschnittes I.) Dies in Gleichung (91) eingesetzt gibt:

$$Q < 6{\cdot}25\, v \frac{\operatorname{tg}\omega}{d} \sqrt{c_1 . c_2} \cdot \sqrt{\frac{J . F . z^3}{E}}$$

$$\sqrt{c_1 c_2} = 0{\cdot}75 = \frac{3}{4}$$

$$Q < 4{\cdot}7\, v . \frac{\operatorname{tg}\omega}{d} \sqrt{\frac{J . F . z^3}{E}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (91\,a)$$

Wird für kreisrunde Drähte noch für J und F der entsprechende Ausdruck $\left(\frac{\pi}{64} d^4,\ \text{bzw.}\ \frac{\pi}{4} d^2\right)$ eingesetzt, so wird

$$Q < 1{\cdot}17 . v . \operatorname{tg}\omega \frac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\frac{z^3}{E}}.$$

Mit $\sqrt{\frac{E}{z}} = k$ (siehe auch Gleichung (80) dieses Abschnittes, wobei $k = 26 - 22$ wird, je nachdem $z = 3000 - 4000\, kg\ cm^2$) ist schließlich

$$Q < 1{\cdot}17\, v . \operatorname{tg}\omega\, F . \frac{z}{k} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (92)$$

Oder aber $\frac{Q}{F}$, d. i. die zulässige Querbelastung pro Querschnittseinheit (spezifische Querbelastung) darf folgenden Wert nicht überschreiten, sonst wird der Querschnitt des Seiles gelockert.

$$\frac{Q}{F} < 1{\cdot}17\, v \operatorname{tg}\omega \frac{z}{k} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (93)$$

Mit den Zahlenwerten $v = 2{\cdot}2$, $z = 3000$, $k = 26$ oder
$v = 2{\cdot}2$, $z = 4000$, $k = 22$ wird

$$\left.\begin{aligned} \frac{Q}{F} &< 297 \operatorname{tg}\omega \text{ für } z = 3000\, kg/cm^2 \\ \frac{Q}{F} &< 468 \operatorname{tg}\omega \text{ für } z = 4000\, kg/cm^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (94)$$

Man sieht daraus, daß die zulässige Querbelastung eines Drahtseiles mit der Größe der Zugspannung z wesentlich zunimmt, so daß ein stark gespanntes Seil viel größere Querbelastungen vertragen kann als ein schlappes, ohne daß es unter der Last einknickt. Letztere Erkenntnis läßt sich auch noch in anderer Weise ausdrücken. Formt man Gleichung (92) nochmals so um, daß die Seilspannung S darin vorkommt, was durch Einführung der schon bekannten Bezeichnung $S = F_s \,.\, z = c_2 F \,.\, z = 0{\cdot}75\, F \,.\, z = {}^3/_4 F \,.\, z$ geschieht, so ist:

$$Q < \frac{3}{4} Fz \,.\, \frac{4}{3} 1.17\, \nu \,.\, \operatorname{tg}\omega \, \frac{1}{k}$$

$$Q < S \,.\, 1{\cdot}56\, \nu \,.\, \frac{\operatorname{tg}\omega}{k}$$

für $\nu = 2{\cdot}2$ und $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}25$ (siehe Abschnitt I) $k = 26$ ($z = 3000\, kg/cm^2$)

$$Q < S \,.\, \frac{1{\cdot}56 \,.\, 2{\cdot}2 \,.\, 0{\cdot}25}{26} = 0{\cdot}033\, S = \frac{S}{30}$$

$$Q < \frac{S}{30} \text{ oder } \frac{Q}{S} = \operatorname{tg}\alpha = 33\,{}^0/_{00} \quad \ldots \quad (95)$$

Das heißt: Bei einer Zugspannung von $3000\, kg/cm^2$ im Seil — entspricht einer Bruchfestigkeit $K = 15.000\, kg/cm^2$ und einem Sicherheitsgrad von 5; $z = \frac{K}{5}$ — darf die zulässige Querbelastung (Q) nur ein Dreißigstel der Seilzugkraft (S) betragen, wenn kein Knick im Seil entstehen soll.

Oder: Die durch die Querbelastung (Q) — [den Raddruck] — hervorgerufene Winkeländerung im Seil darf unter obigen Bedingungen höchstens $33\,{}^0/_{00}$ betragen.

Es läßt sich leicht zeigen, daß für größere Seilspannung (S), zum Beispiel für $z = 4000\, kg$ — was bei einer Festigkeit $K = 16.000\, kg/cm^2$ einem Sicherheitsgrad von 4 entspricht — die Querbelastung Q größer gewählt werden kann, da:

für $\nu = 2{\cdot}2$ und $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}25$, $k = 22$ ($z = 4000\, kg/cm^2$)

$$Q < S \,\frac{1{\cdot}56 \,.\, 2{\cdot}2 \,.\, 0{\cdot}25}{22} = 0{\cdot}039\, S = \frac{S}{25}$$

$$\frac{Q}{S} \leq 0{\cdot}040 = 40\,{}^0/_{00} = \frac{1}{25} \quad \ldots \quad (95\,a)$$

Auch für Seile mit größerem Flechtwinkel ω — es sind dies die Litzenseile oder besondere Flechtarten der Spiralseile — wird die zu-

lässige Querlast größer. Es erscheint also die Anwendung von starkdrähtigen Kreuzschlaglitzenseilen*) für die Tragseile von Personenseilbahnen (Lana—Vigiljoch in Südtirol) als zweckmäßig. (Leider wurde daselbst eine zu geringe Seilspannung z angewendet, da man einen größeren Sicherheitsgrad als $^1/_5$ erzielen zu können glaubte.)

Daß die Größe der zulässigen Querbelastung (Q) mit der Seilspannung (z), bzw. mit der Seilzugkraft (S) in unmittelbarem Zusammenhang [Gleichung (91) u. (91a)] steht, ist den Praktikern gefühlsmäßig längst bekannt. Zum Teil sind diese Erfahrungserkenntnisse auch in amtlichen Vorschriften, jedoch ohne Begründung, niedergelegt. So schreibt das ehemalige k. k. österr. Eisenbahnministerium in den Konzessionsbestimmungen für die geplante Schwebebahn Zambana—Fai in Südtirol vor, daß „die Tragseile mittels Gewichten derart zu spannen sind, daß die kleinste im Betriebe vorkommende Spannung der Tragseile das 25fache des größten auftretenden Raddruckes betragen soll". (Siehe auch Armbruster, Die Bergbahnen Tirols, Verlag für Fachliteratur, Berlin und Wien.) Doch stimmt dies mit den Ergebnissen der Gleichung (95a) nicht überein, da bei dieser Bahn eine sechsfache Sicherheit der Tragseile auf Zug verlangt (somit eine Zugspannung (z) kleiner als 4000 kg) wird.

Nach Gleichung (95) u. (95a) ist je nach der zugelassenen Zugspannung (z) ein Knickwinkel $\alpha = \frac{Q}{S}$ von 2 bis $2^1/_2{}^0$ — oder im Tangentenmaß ausgedrückt von 33 bis $40^0/_{00}$ zulässig, wenn noch keine Drahtverschiebung im Seil vorkommen soll. Hierauf wird noch gelegentlich der Beanspruchung der Tragseile an den Auflagerschuhen zurückgekommen werden.

e) Der Durchmesser des Tragseiles.

Die Gleichung (94) läßt sich auch so umformen, daß eine einfache Beziehung zwischen Seildurchmesser (d) und Querlast (Q) [= Raddruck] erhalten werden kann, wenn man die gewöhnlichen Werte, $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}25$, $z = 3000 - 4000\ kg/cm^2$, wie sie bei Güterseilbahnen zur Anwendung gelangen, einführt. Für Personenseilbahnen ist eine besondere Berechnung angezeigt.

$$Q_{3000} \leqq 297 \times 0{\cdot}25 \times \frac{d^2\pi}{4} \doteq 58\, d^2 \ldots \text{. für } z = 3000\ kg/cm^2$$

$$Q_{4000} \leqq 468 \times 0{\cdot}25 \times \frac{d^2\pi}{4} \doteq 92\, d^2 \ldots \text{. für } z = 4000\ kg/cm^2$$

*) Sogenannte „Herkuleskonstruktion" der St. Egydier Eisen- und Stahlwerke nach der Flechtformel $(1 + 6) . (1 + 5 + 11 + 17)_{30} = 238$fädig, $\delta = 3\ mm$.

$$d_{3000} > \frac{1}{10}\sqrt{\frac{100}{58}}\cdot\sqrt{Q} = \frac{1}{10}\,1{\cdot}3\sqrt{Q}$$

$$d_{4000} > \frac{1}{10}\sqrt{\frac{100}{92}}\sqrt{Q} = \frac{1}{10}\,1{\cdot}1\sqrt{Q} \quad \text{oder}$$

$$\left.\begin{aligned} d^{mm} &\geqq 1{\cdot}3\sqrt{Q^{kg}} \quad \text{für } z = 3000\,kg/cm^2 \\ d^{mm} &\geqq 1{\cdot}1\sqrt{Q^{kg}} \quad \text{für } z = 4000\,kg/cm^2 \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad (96)$$

Im Mittel kann als Faustregel gelten:

$$d^{mm} > 1{\cdot}2\sqrt{Q^{kg}} \quad \ldots\ldots \quad (97)$$

wobei die so erhaltene Zahl für d dann noch aufzurunden ist, da d bei Spiralseilen stets ein Vielfaches des gewählten Drahtdurchmessers δ sein wird (siehe Gleichung (3) des Abschnittes I), und ein Zuschlag für Abnützung der Drähte des Drahtseiles durch das Laufwerk gemacht werden soll.

Diese erste Bestimmung der Seilstärke d nach Gleichung (96) oder (97) gibt zunächst lediglich das Mindestmaß, welches erforderlich ist, daß das Seil unter der Querlast nicht einknickt, d. h. daß sich seine Drähte nicht gegeneinander verschieben. Die gewählte Wagenentfernung (w) und die Fördergeschwindigkeit (v) werden weitere Einflüsse auf die Seilstärke nehmen, da ein gewisses Maß des lotrechten Durchhanges nicht überschritten werden soll und auch die Abnützung und der Charakter der Bahn in Berücksichtigung gezogen werden muß*).

Bei steilen Seilbahnen mit großen Höhenunterschieden, wo bekanntlich die Seilzugkraft wegen des Eigengewichtes nach oben zunimmt (siehe auch Abschnitt IV) (123), muß bei der Bestimmung der zulässigen Querlast die kleinste Zugspannung im Seil in Rechnung gezogen werden.

Um die Größe der Biegungsbeanspruchung (b) in der gespanntesten Faser, das ist also auf der erhabenen Seite des gekrümmten Seilbogens, zu bestimmen, wenn das Seil selbst wegen der zwischen den Drähten herrschenden Reibung sich wie ein einheitlicher, stabförmiger Körper verhält, muß man auf die Grundgleichung (74) zurückgehen. Für unseren Fall kommt dann als Stabdicke die Seilstärke (d) in Betracht und für das Trägheitsmoment und den Stabquerschnitt ist die volle metallische Figur des Seilquerschnittes, etwa nach Abb. 4 zu nehmen, jedoch lediglich eine neutrale Achse durch den Seilmittelpunkt zu legen. (Siehe Gleichung (13) und (16) des I. Abschnittes.)

*) Siehe auch „Hütte", 22. Aufl., II. Bd., S. 547. Hier sind für kleine Einzellasten größere Seildimensionen angegeben als sich nach (97) ergeben würde. Für größere Belastungen besteht Übereinstimmung.

$$J_s = c_1 J \qquad F_s = c_2 F \qquad \text{wobei } c_1 \; c_2$$

$$b = \frac{Q}{4} d \cdot \sqrt{\frac{E}{J_s \cdot F_s \cdot z}}$$

$$b = \frac{Q}{4} d \sqrt{\frac{E}{c_2 \frac{d^4 \pi}{4} \cdot F_s \cdot z}}$$

$$b = Q \cdot \sqrt{\frac{E}{c_2 \frac{d^2 \pi}{64} \cdot F_s \cdot z}} \qquad \text{und mit } c_2 \frac{d^2 \pi}{4} = F_s$$

$$b = \frac{Q}{F_s} \cdot \sqrt{\frac{E}{z}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (98)$$

$$b = \frac{Q}{F_s} \cdot k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (98a)$$

Wenn wir dieses Ergebnis mit dem der Gleichung (81) vergleichen, so finden wir, daß die Biegungsbeanspruchung b, bei der vorausgesetzt ist, daß sich die Drähte im Seil gegenseitig verschieben und diejenige (b), wo die Drahtverschiebung durch Reibung verhindert ist, denselben Wert aufweist. Das heißt soviel als: Die größte Biegungsbeanspruchung eines Drahtseiles von gegebenem Querschnitt wird bei wachsender Last Q zunächst bis zu jener Grenze steigen, wo die verschiebende Kraft (X) in den Drähten die Reibung überwindet. Bei dieser Größe von Q wird dann die Drahtverschiebung eintreten; die größte Biegungsspannung wird jedoch den gleichen Wert beibehalten. Auch über diesen Wert von Q hinaus ist die größte Biegungsspannung (b) wieder nach derselben Formel $\left(\overline{b} = \frac{Q}{F_s} k\right)$ zu berechnen.

Im Augenblick, wo die Drahtverschiebung eintritt, wird aber das Seil unter der Last „einknicken“. Der Seilquerschnitt als einheitliche Fläche verliert seinen Zusammenhang, wodurch statt des Trägheitsmomentes J_s das weit kleinere $J = i \frac{\delta^4 \pi}{64}$ zur Wirkung kommt. Mit anderen Worten, das Seil wird weniger Steifheit zeigen und daher unter der gleichen Last wesentlich stärker gekrümmt werden. Auf die Größe der Biegungsbeanspruchung haben diese Vorgänge entgegengesetzte Einflüsse, die sich in Summe gänzlich aufheben.

Während die Verkleinerung des Trägheitsmomentes eine Biegung des Seiles nach einem viel kleineren Halbmesser verursacht, wodurch die Biegungsspannung ($\overline{b}$) steigt, übt die Drahtverschiebung, wodurch sich in jedem Draht eine neutrale Achse bildet, die entgegengesetzte Wirkung der Verminderung von $\overline{b}$ dadurch aus, daß die Entfernung der gespanntesten Faser nun statt $\frac{d}{2}$ den Wert $\frac{\delta}{2}$ annimmt (siehe Abb. 58).

Es läßt sich leicht rechnungsmäßig nachweisen, daß im Augenblick des Knickens (des Eintrittes der Drahtverschiebung) der Krümmungshalbmesser des Seiles sich wesentlich — und zwar in einfachem Zusammenhang mit der Seilbauart — verkleinert.

Nach Gleichung (73) ist der kleinste Krümmungshalbmesser ϱ der Biegungslinie unter dem Lastangriff durch den Ausdruck gegeben:

$$\varrho = \frac{2}{Q}\sqrt{J.E.S.} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (73)$$

Solange der Zusammenhang des Querschnittes durch Reibung besteht, kommt als Trägheitsmoment dieses Falles der Wert $J_s = c_1 \frac{d^4 \pi}{64}$ in Betracht; nach der Drahtverschiebung aber bloß die Gesamtwirkung von i einzelnen Drähten, wofür wir ein gedachtes Trägheitsmoment $\bar{J} = i \frac{\delta^4 \pi}{64}$ in Rechnung stellen [siehe Gleichung (75)]. Bezeichnen wir die beiden Krümmungshalbmesser, die den nach Größe gleichen Biegungsspannungen b und $\bar{b}$ entsprechen, in ähnlicher Weise mit ϱ und $\bar{\varrho}$. Das Verhältnis von $\frac{\varrho}{\bar{\varrho}}$ ist nach Gleichung (73) durch $\sqrt{\frac{J_s}{\bar{J}}}$ gegeben.

$$\varrho : \bar{\varrho} = \sqrt{J_s} : \sqrt{\bar{J}}$$

$$\sqrt{\frac{J_s}{\bar{J}}} = \sqrt{\frac{c_1 \frac{\pi}{64} d^4}{i \frac{\pi}{64} \delta^4}} = \sqrt{\frac{c_1 d^4}{i . \delta^4}}.$$

Nun ist aber Abschnitt I, Gleichung (2) und (10):

$$d = (2p + 1)\delta \quad \ldots \ldots \quad (2) \quad \text{— Abschnitt I}$$
$$i = 1 + 3p(p + 1) \quad \ldots \quad (10) \quad \text{— „ I}$$

wobei p die Anzahl der ringförmigen Drahtlagen um den Kerndraht und i die Anzahl der Drähte im Seil bezeichnet. $c_1 = {}^3/_4$

$$\varrho : \bar{\varrho} = (2p + 1)^2 \sqrt{\frac{3}{4 . (1 + 3p + 3p^2)}} = \frac{(2p + 1)^2}{2} \sqrt{\frac{1}{p^2 + p + \frac{1}{3}}}$$

$\left(p^2 + p + \frac{1}{3}\right)$ kann näherungsweise dem Ausdruck $\left(p^2 + p + \frac{1}{4}\right) = \left(p + \frac{1}{2}\right)^2$ gleichgesetzt werden, da er sich von ihm bloß um $\frac{1}{12}$ unterscheidet, während, da $p = 2, 3, 4$ ist, $p^2 + p$ dagegen überwiegt.

$$\varrho : \bar{\varrho} = \frac{(2p + 1)^2}{2(p + {}^1/_2)} = \frac{(2p + 1)^2}{2p + 1} = 2p + 1$$

$$\varrho : \bar{\varrho} = (2p + 1) = d : \delta \quad \ldots \ldots \quad (99)$$

Der kleinste Krümmungshalbmesser (ϱ) vor Eintritt der Drahtverschiebung (vor der Knickung) verhält sich zum Halbmesser ($\bar{\varrho}$) der Krümmung des geknickten Seiles, wie der Seildurchmesser (d) zum Drahtdurchmesser (δ). Die hiebei hervorgerufene Biegungsspannung ist in beiden Fällen gleich groß.

Das Verhältnis des Seildurchmessers (d) zur Drahtstärke (δ) ist stets eine ganze Zahl, da $(2p+1)$ für die Werte von $p = 1, 2, 3$, wie sie in der Praxis vorkommen, die Größe 3, 5, 7 annimmt.

Leider sind über das Verhalten von Seilen bei Querbelastungen noch keine Versuche ausgeführt worden, obwohl gerade aus diesen Erkenntnissen die besten Schlüsse für die Richtigkeit der bestehenden Seilberechnungsarten gezogen werden könnten. Die vorstehenden Ausführungen sollen hiezu den Ansporn geben, wodurch hoffentlich auf diesem Gebiet dieselbe Berechnungssicherheit erreicht werden wird wie etwa im Brückenbau.

Wie wir gesehen haben, muß ein querbelastetes Seil, nach Gleichung (96), eine bestimmte Stärke (d) haben, wenn in demselben eine Drahtverschiebung nicht eintreten soll. Wie aus Gleichung (94) ersichtlich ist, wird die nach dieser Bedingung zuzulassende Querbelastung pro Flächeneinheit $\left(\frac{Q}{F}\right)$ um so größer, je größer die Zugspannung (z) und je größer der Flechtwinkel (ω) ist. Größere Flechtwinkel entsprechen aber kleineren Schlaglängen und es wäre nur noch zu erwägen, ob solche kürzere Schlaglängen für Spiralseile mit Querbelastung tatsächlich in jeder Beziehung vorteilhafter wären.

Die unbedingt anzuwendende Seilstärke ergibt sich aber noch aus einer anderen, bisher wenig oder gar nicht beachteten Bedingung über die Größe der zulässigen Biegungsspannung (b). Betrachten wir nämlich die Gesamtspannungen in den äußersten Fasern (Drähten) eines Seiles im Falle der Biegung desselben durch eine Querbelastung, so summieren sich auf der unteren Zugseite des Seiles die Biegungsspannung (b) und die Zugspannung (z) zur größten Beanspruchung (σ).

$$\sigma = b + z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (100)$$

Auf der Druckseite des Seiles — also in der Regel an der obersten Schicht — entsteht jedoch durch die Biegung die gleichgroße Biegungsspannung (b) aber als „Druck“. Demgemäß ist die Gesamtspannung an dieser Stelle (σ').

$$\sigma' = -b + z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101)$$

Für $b < z$ ist σ' noch eine Zugbeanspruchung, wogegen bei $b > z$ eine Gesamtspannung σ' als Druckwirkung entsteht. In letzterem

Falle hätten die Drähte eine Knickbeanspruchung nach Abb. 68 (zur Anschaulichkeit stark verzerrt gezeichnet) auszuhalten, da ihre freie Länge im Verhältnis zu ihrem Querschnittsausmaß δ stets überwiegend sein wird. Eine solche Knickbeanspruchung erzeugt jedoch Drahtstauchungen und jedenfalls hohe Spannungen in den Außenfasern der Drähte und ist daher besonders geeignet, die Drähte zum Bruch zu bringen. Es wird daher die Bedingung aufgestellt werden müssen, daß eine rechnerische Druckbeanspruchung als Gesamtspannung auch auf der hohlen (oberen) Seite der Seilkurve nicht auftreten darf, was sich mathematisch dadurch ausdrückt, daß

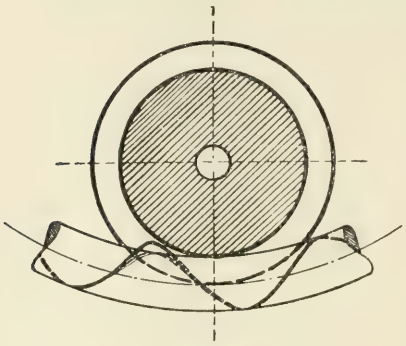


Abb. 68.

$$\sigma' = -b + z \geq 0$$

sein muß, oder

$$z \geq b. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (102)$$

Die Biegungsspannung (b) darf also die Zugspannung (z) keineswegs übersteigen. Nun ist aber nach Gleichung (98):

$$b = \frac{Q}{F_s}\sqrt{\frac{E}{z}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (98)$$

somit

$$\frac{Q}{F_s}\sqrt{\frac{E}{z}} < z$$

$$\frac{Q}{c\,d^2\,\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{E}{z}} \leq z$$

$$d > \sqrt{\frac{4}{c\pi}}\sqrt{\frac{E}{z^3}}\cdot\sqrt{Q} \quad \ldots\ldots \quad (103)$$

Für $c = {}^3/_4$, $E = 2{,}000.000$ und $z = 3000$, bzw. $3500, 4000\ kg/cm^2$ wird:

$$\left.\begin{aligned} d_{3000} &= 0{\cdot}12\sqrt{Q} \\ d_{3500} &= 0{\cdot}107\,.\sqrt{Q}. \\ d_{4000} &= 0{\cdot}097\sqrt{Q} \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots \quad (104)$$

Im Vergleich mit den in Gleichung (96) errechneten Werten ersieht man, daß die zuletzt gestellte Bedingung noch dünnere Seile gestatten würde als die Bedingung der Vermeidung jeder Drahtverschiebung (bei Flechtwinkeln von $\omega = 14^0$, $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}25$). Für größere Flechtwinkel, etwa $\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}30$, würden beide Bedingungen beiläufig dieselben Seilstärken ergeben. Oder mit anderen Worten: Seile deren Flechtwinkel zirka $\omega = 17^0$ ($\operatorname{tg}\omega = 0{\cdot}30$) beträgt, ergeben nach Gleichung (104)

die kleinste Querschnittsdimension (d), bei der eine Drahtknickung auf der hohlen Seite der Seillinie noch nicht eintritt.

Im Abschnitt I wurde bereits angedeutet, daß durch eine geeignete Flechtweise [(1 + 6 + 12 — 17) statt (1 + 6 + 12 + 18)] ein größerer Flechtwinkel (ω) erhalten werden könnte.

Es muß erwähnt werden, daß in einigen der wenigen Abhandlungen über die Biegungsbeanspruchung der Tragseile*) im Gegensatz zu obigen Ausführungen über die Größe der Biegungsspannung der irrtümliche Schluß vorkommt, daß diejenige Zugspannung des Tragseiles die „günstigste" ist, die auf der erhabenen Seite der Seilkurve die kleinste Gesamtbeanspruchung (σ) ergibt. Hiebei wird stets die Möglichkeit der Drahtverschiebung vorausgesetzt, was nach Vorstehendem wohl auch als eine unzutreffende Annahme bezeichnet werden kann.

Auf Grund dieser (anfechtbaren) Voraussetzungen und Schlußfolgerungen wird dann folgende Rechnung durchgeführt: Nach Gleichung (77) ist $b = Q\sqrt{\frac{E}{F_s S}}$, somit die Gesamtspannung σ auf der Zugseite des Seiles

$$\sigma = b + z = Q\sqrt{\frac{E}{F_s . S}} + \frac{S}{F_s}$$

$$\frac{d\sigma}{dS} = -\frac{Q}{2} . E^{1/2} F_s^{-1/2} . S^{-3/2} + F_s^{-1} = 0$$

$$S_0 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{4} F_s . E}$$

$$b_0 = Q . \sqrt{\frac{E}{F_s . \sqrt[3]{\frac{Q^2}{4} F_s . E}}} = \sqrt[3]{2^2 \frac{Q^2 E}{F_s^2}}$$

$$z_0 = \frac{S_0}{F_s} = \sqrt[3]{\frac{Q^2 . E}{4 F_s^2}}$$

$$z_0 = {}^1/_2 \, b_0 .$$

Das würde also heißen, daß die „günstigste"(?) Zugspannung (z_0) des Seiles bloß gleich der Hälfte der Biegungsspannung b_0 sein dürfte.

Nun findet aber wegen der inneren Reibung nicht eine Biegung der einzelnen Drähte, sondern eine solche des Seiles statt, so daß die obersten Drähte durch die Biegung nur Druck-, die untersten nur Zugspannungen erhalten. Die Größtwerte der Spannungen (σ und σ') ergeben sich, da (nach Gl. 89 a) $b = b$ ist,

*) Siehe „Giornale del Genio-Civile" 1915, März, Umberto Nobile, La sollecitazione di flessione nei cavi portanti dei trasporti aerei, S. 109 bis 167.

$$\sigma = z_0 + b_0 = z_0 + 2z_0 = 3z_0$$
$$\sigma' = z_0 - b_0 = z_0 - 2z_0 = -z_0.$$

Solches ergäbe somit auf der inneren Seite der Seilbiegungslinie eine Druckspannung $\sigma' = -z_0$, die sich als Knickungsbeanspruchung höchst schädlich für die Festigkeit des Drahtseiles erweisen würde. Diese irrigen Anschauungen dürften bei der Berechnung der Personenseilbahn „Lana—Vigiljoch" in Südtirol mitgespielt haben, wo man glaubte, eine 11 bis 12fache Sicherheit für die reine Zugbeanspruchung des Tragseiles vorschreiben zu müssen, um dann eine etwa 4fache Sicherheit hinsichtlich der Gesamtbeanspruchung zu bekommen. Tatsächlich leidet das dortige Tragseil stark unter der zu geringen Längsspannung, die die Knickbeanspruchung der Drähte auf der Druckseite nicht verhindern kann. Die Errechnung einer sogenannten günstigsten Spannung aus der Gleichung

$$\sigma = Q \cdot \sqrt{\frac{E}{F_s \cdot S}} + \frac{S}{F_s}$$

durch Differentiation der Gleichung nach $S\left(\frac{d\sigma}{dS}\right)$ ist übrigens an und für sich ein mathematischer Fehlgriff, da die Gesamtspannung σ von den beiden Variablen Q und S, der Querbelastung und der Seilzugkraft abhängig ist. Eine Funktion zweier Variablen kann nicht nach der Maximalrechnung, welche nur eine Variable voraussetzt, behandelt werden.

Auf diesen Irrtum wird hier nur deshalb so eingehend verwiesen, weil derselbe leider sehr verbreitet ist und auch schon einige Male Eingang in fachtechnische Abhandlungen über Berechnung der Tragseile gefunden hat.

Auf den praktischen Fall des Seilbahnwesens angewendet, können die Raddrücke des Laufwerkes ohneweiters als Einzellasten aufgefaßt werden, deren Teilkraft senkrecht zur Seilachse die Größe der Querkraft (Q) ergibt. Da nach Gleichung (98) die Biegungsspannung (b) dieser Querkraft direkt verhältnisgleich ist, so ist ohneweiters der Nutzen klar, den man durch Anwendung von zwei- oder vierrädrigen Laufwerken erzielt, wodurch man die Gesamtlast auf mehrere Räder verteilt. Hierauf wurde schon im Vorhergehenden (siehe Abb. 59, 60 u. 61) hingewiesen. Was die Größe der Biegungszone (λ) anbelangt, so gibt eine Berechnung unter Zugrundelegung vorkommender Zahlenwerte sofort den Aufschluß, daß λ meistens recht kurz ist, so daß die Radentfernungen von 40 bis 60 *cm* bereits genügen, um ein Übergreifen der Biegungszonen zu verhindern.

$$\lambda = 4 \sqrt{\frac{J \,.\, E}{S}}$$

$$\lambda = 4 \sqrt{\frac{c_1 \dfrac{d^4 \pi}{64} \,.\, E}{c_2 \dfrac{d^2 \pi}{4} \,.\, z}} \cdot d \sqrt{\frac{E}{z}}$$

$$\lambda = d \,.\, k \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (105)$$

wobei k nach früherem den Wert von 26 bis 22 hat, je nachdem man eine Zugbeanspruchung z von 3000 bis 4000 kg/cm^2 einführt. Die Biegungszone λ ist also rund das 25fache des Seildurchmessers d, was bei den üblichen Seilausmaßen von 20 bis 50 mm Durchmesser zu Längen von 50 bis 125 cm führt.

In gleich einfacher Weise kann man auch den Krümmungshalbmesser des Seiles unter der Radlast nach Gleichung (73) für gegebene Werte bestimmen und findet hiefür für mäßige Raddrücke ($Q = 100$ bis $300\,kg$) schon Radien von einigen Metern, da der Ausdruck für ϱ mit der dritten Potenz des Durchmessers (d^3) verhältnisgleich ist.

$$\varrho = \frac{2}{Q} \cdot \sqrt{J \,.\, E \,.\, S} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (73)$$

$$\varrho = \frac{2}{Q} \sqrt{c_1 \frac{d^4 \pi}{64} \,.\, c_2 \frac{d^2 \pi}{4} \,.\, z \,.\, E} \cdot 0{\cdot}294 \,.\, \frac{d^3}{Q} \sqrt{E \,.\, z}$$

$$\sqrt{E \,.\, z} = 77.400 \text{ für } E = 2{,}000.000\,kg/cm^2,\ z = 3000\,kg/cm^2$$

$$\varrho = 22.800 \,.\, \frac{d^3}{Q}$$

für $Q = 300\,kg \ldots . \varrho = 76\,d^3$.

Man sieht, daß der Krümmungshalbmesser ϱ stets wesentlich größer ist als der Radhalbmesser der Laufwerksräder und daß das Seil keineswegs die Krümmung der Laufräder annimmt, wie man seinerzeit irrtümlich annahm.

Es wird daher im allgemeinen wenig nützen, den Durchmesser der Laufwerksrollen zu vergrößern, zumal man aus konstruktiven Gründen bei der Gestaltung der Stützen und Stationen an kleinere Abmessungen gebunden ist.

Es erscheint weiterhin wichtig, den Angriffspunkt des Zugseiles am Laufwerk, welcher durch die Lage des Klemmapparates bestimmt ist, so zu wählen, daß eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Gesamtlast auf die einzelnen Laufräder erwartet werden kann*).

*) Hierüber: Ing. R. P. Schröder, Saarbrücken: „Wie sollen in Rücksicht auf die Lebensdauer der Seile die Drahtseilbahnwagen beschaffen sein?“. Fördertechnik und Frachtverkehr 1920, Heft 12, S. 110.

f) Die Biegung des Tragseiles an den Auflagerschuhen.

Nicht nur die Raddrücke des Laufwerkes, sondern auch die lotrecht oder schräg nach aufwärts gerichteten Stützendrücke an den Auflagestellen der Tragseile, sind als Querbelastungen derselben aufzufassen und errechnen sich dementsprechend die dort herrschenden Spannungen nach gleichen Gesichtspunkten. Im allgemeinen ist es sogar wahrscheinlich, daß die Beanspruchungen hiebei ziemlich groß sind, da man sich bei den Unterstützungen nur in Ausnahmsfällen zu einer Aufteilung des Stützendruckes auf mehrere Auflagerschuhe entschließt.

Nennen wir den senkrecht zur Seillinie wirkenden Auflagerdruck A, so ergibt sich sofort die Beanspruchung des Tragseiles nach den vorstehend abgeleiteten Beziehungen der Gleichungen (90) bis (97), wobei $Q = A$ zu setzen ist. Es zeigt sich dabei sofort, daß es geboten erscheint, den Stützendruck in den durch die Gleichungen (91), (95) und (95a) gegebenen Grenzen derart niedrig zu halten, daß eine Verschiebung der Drähte im Seil noch nicht eintritt. Dies geschieht augenscheinlich bei Einhaltung der durch Gleichung (95) und (95a) errechneten Knickwinkel des belasteten Tragseiles für jede Stütze. Demgemäß sind Neigungswechsel der Tragseilachse an den Auflagerstellen theoretisch höchstens bis zu tg $\alpha = 33$ bis $40^0/_{00}$ zulässig (Abb. 69). In diesem Falle wird auch das Tragseil den Auflagerschuh nur an einem Punkte berühren und einen größeren Krümmungshalbmesser annehmen als der Form des Auflagerschuhes entspricht.

Abb. 69.

Diese Begrenzung der Winkel der Richtungsänderung der Linie des belasteten Seiles ist auch in der Praxis bekannt, doch werden hiefür meist größere Werte (70 bis $100^0/_{00}$) angegeben. Dies mag seinen Grund darin haben, daß man an den Stützen, wo die Seilstücke der Beobachtung leichter zugänglich sind als in der Feldspannweite, immerhin eine geringe Drahtverschiebung zuläßt, wodurch sich das Seil stärker krümmt, die Form des Auflagerschuhes annimmt, wobei dann aber wieder der Stützendruck A nicht mehr als Einzellast, sondern als eine Summe von kleineren Teilkräften auftritt, die sich in ihrer Wirkung günstiger verhalten als erstere. Hierauf wird noch zurückgekommen werden.

Überschreitet aber der Stützendruck A das nach Gleichung (91) bestimmte Maß, so wird die innere Seilreibung nicht mehr imstande sein, den einheitlichen Drahtquerschnitt zusammenzuhalten, so daß er bei den Biegung eben bleibt, sondern es werden sich die Drähte

solange gegeneinander verschieben, bis das Seil tatsächlich eine der Form des Auflagerschuhes vollständig entsprechende Krümmung annimmt (Abb. 70).

In einem solchen Fall, wo es sich um die Biegungsbeanspruchung eines stabförmigen Körpers handelt, der nach einem Kreisbogen gekrümmt wird — im Gegensatz zur Beanspruchung eines elastischen Stabes durch äußere Kräfte, bei dem sich eine entsprechende Biegungslinie nach Maßgabe seiner Belastung ergibt — gilt die bekannte Grundgleichung der Biegungslehre

$$\frac{b}{E} = \frac{e}{\varrho},$$ wobei

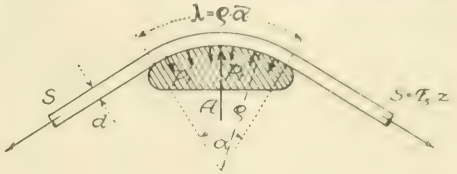


Abb. 70.

e der Abstand der gespanntesten Faser von der neutralen Achse, somit für die Biegung eines Drahtes $= \frac{\delta}{2}$ wird. Da Drahtverschiebung eintritt, ist das Drahtseil lediglich als Drahtbündel zu betrachten, wo in jedem Draht nach Abb. 58 eine neutrale Achse entsteht, somit kommt auch für die Biegungsbeanspruchung des ganzen Seiles nur die Drahtstärke δ in Betracht.

$$b = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{E}{\varrho} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (106)$$

Mit $2\varrho = D$, dem Durchmesser einer kreisförmigen Seilscheibe geht diese Gleichung natürlich in die bekannte Reuleauxsche Gleichung $b = \frac{\delta}{D} E$ über.

Man kann leicht jene stärkste Krümmung des Auflagerschuhes bestimmen, bei der noch keine Drahtverschiebung eintritt. Hiebei gehen wir wieder auf die schon im Vorstehenden, (Gleichung 89), erwähnte „verschiebende Kraft“ X zurück, welche die miteinander verlötet gedachten Drähte im Falle der Biegung nach dem Halbmesser ϱ gegeneinander zu verschieben suchen würde.

$$X = 0{\cdot}64\, b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (89)$$

Und da bei verlötet gedachten Drähten die Seilstärke d in die Formel für die Biegungsspannung b einzusetzen ist:

$$b = \frac{d}{2} \frac{E}{\varrho}$$

$$X = 0{\cdot}64\, d \frac{E}{2\varrho}.$$

Da anderseits, nach Gleichung (88), aber $X = r = v \,.\, z \,.\, \mathrm{tg}\, \omega$ sein muß, damit eine Verschiebung nicht eintritt, so ist

$$0{\cdot}64\,d\,\frac{E}{2\,\varrho} < v\,.\,z\,\mathrm{tg}\,\omega$$

$$\varrho \geq 0{\cdot}32\,d\,.\,\frac{E}{v\,.\,z\,\mathrm{tg}\,\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (107)$$

Für die gewöhnlichen Werte $E = 2{,}000.000$, $z = 3000$, $\mathrm{tg}\,\omega = 0{\cdot}25$, $v = 2{\cdot}2$ wird

$$\varrho \geq 387\,d$$

oder rund

$$\varrho \geq 400\,d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108)$$

Da für verschiedene Werte für z, $\mathrm{tg}\,\omega$ usw. noch andere Ziffernwerte errechnet werden können, so kann

$$\varrho \geq 300 \text{ bis } 500\,d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (108a)$$

als jenes Ausmaß angenommen werden, wo eine Drahtverschiebung auch bei jenen Richtungsänderungswinkeln des Tragseiles nicht eintreten wird, die größer sind als sie nach Gleichung (95) oder (95*a*) berechnet werden.

Praktisch aber käme man mit Krümmungen nach Gleichung (108*a*) zu übermäßigen Längen für die Auflagerschuhe, weshalb man dieselben entgegen diesen theoretischen Betrachtungen mit kleineren Rundungen ($\varrho = 3$ bis $5\,m$) ausführt. Man sollte sich dabei aber immer dessen bewußt bleiben, daß hiedurch bei größeren Knickwinkeln Beanspruchungen in den Tragseilen entstehen, die der Zerstörung des Seiles sehr förderlich sind, was manchenorts ja auch beobachtet wurde. Man hilft sich meistens gegen den Verschleiß des Seiles an den Stützen, indem man nach gewissen Zeiträumen (1 bis 3 Jahre) die Tragseile regelmäßig um einige Meter in ihrer Längenrichtung verschiebt, wodurch stets neue Seilstrecken diesen starken Beanspruchungen ausgesetzt werden; außerdem kann eine durch öfteres Besteigen der Stützen vorzunehmende wiederholte Beobachtung des Seiles vor unerwarteter Bruchgefahr desselben schützen.

Bezüglich des stärksten zulässigen Richtungsänderungswinkels (Knickwinkels) des Seiles auf einer Stütze müssen wir unsere theoretischen Betrachtungen insofern etwas abändern, als die zunächst gemachten Voraussetzungen für die Berechnungen ungünstiger sind als sie in Wirklichkeit in diesem Falle vorliegen.

So wird z. B. die verschiebende Kraft X bei kleinen Knickwinkeln deshalb etwas kleiner als $0{\cdot}64\,b$ angenommen werden können, weil bei kurzen Biegungszonen (λ) die größten Biegungsspannungen in einem Draht an den Enden einer halben Schraubengangwindung ($h/2$) nicht beide gleich b sein werden, sondern wegen der raschen Abnahme der Biegungsspannung etwa die Verteilung nach Abb. 71 annehmen werden.

Hiebei wird b_1 nur ein Bruchteil von b in der Mitte der Biegungszone sein. Demgemäß wird auch die wirkliche verschiebende Kraft X_1 nicht $0{\cdot}64\,b$, sondern ein kleinerer Wert sein. Rechnungsmäßig läßt sich dieser Umstand wegen der verschiedenen Schlaglängen der Seile und ihrem wechselnden Verhältnis zur Länge der Biegungszone (λ) schwer erfassen. Jedenfalls drückt sich diese Herabminderung der ver-

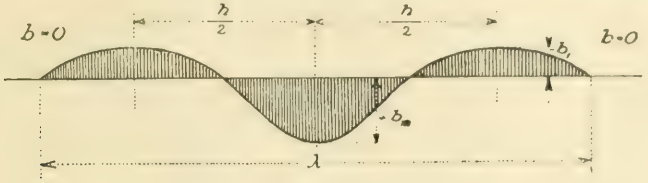


Abb. 71.

schiebenden Kraft (X_1) in einer Vergrößerung des zulässigen Knickwinkels aus.

Im gleichen Sinn wirkt auch der Umstand, daß der Auflagerdruck D in Wirklichkeit wegen der Zusammendrückbarkeit des Seiles nicht als Einzellast, sondern als eine Summe von Teillasten (nach Abb. 72) auftritt, so daß das in der Biegungszone λ auftretende Biegungsmoment nicht mit $Q\frac{\lambda}{8}$, sondern mit einem weit geringeren Wert angesetzt werden muß, da sich die Zugkraftlinie (Stützlinie) nicht durch den Linienzug $a\,b\,c$, sondern die Kurve $a\,b'\,c$ darstellen läßt. Auch diesen Einfluß kann man wegen der Unsicherheit bezüglich einer Annahme hinsichtlich der Verteilung des Stützendruckes A auf die ganze Schuhlänge nicht mehr rechnerisch genau festlegen. Es dürfte jedoch nicht unzulässig sein, diese Herabminderung des Biegungsmomentes mit der Hälfte des seinerzeit für eine Querlast Q errechneten anzunehmen, so daß demgemäß auch die doppelten Knickwinkel an den Stützen als entsprechend angesehen werden können.

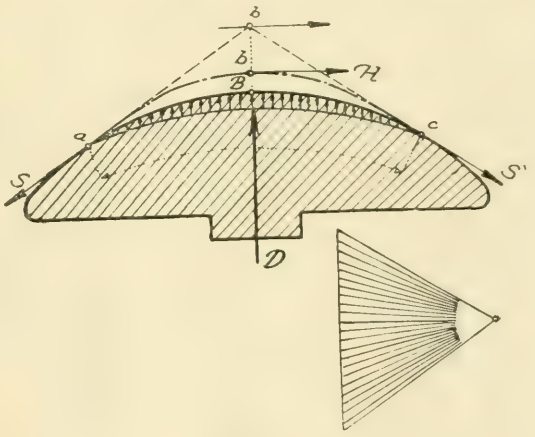


Abb. 72.

Es werden daher Richtungsänderungen der Achse des belasteten Seiles bis zu $\operatorname{tg}\alpha = 60-70\,^0/_{00}$ als zulässig erachtet werden können.

was mit den Erfahrungen der Praxis ziemlich übereinstimmt. In gleicher Weise wird als zweckmäßiger Krümmungshalbmesser der Auflagerschuhe etwa die Hälfte des errechneten Wertes anzunehmen sein, so daß

$$\varrho > 150 \text{ bis } 250\,d$$

im Mittel $$\varrho \geqq 200\,d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (109)$$

als praktisch brauchbares Maß angegeben werden kann.

D. Anhang.

a) Die Größe des Knickwinkels an einem Stützpunkt.

Die Größe des Knickwinkels kann für den Entwurf aus den tatsächlich gezeichneten Seillinien und ihren Tangenten an den Stützpunkten ermittelt werden. Um jedoch auch bei einzelnen Stützen rasch eine rechnerische Nachprüfung vorzunehmen, kann man sich vorteilhaft der nachstehend abgeleiteten Gebrauchsformel bedienen.

Für Seilbahnen mit flachen Neigungen kann annähernd eine vollkommen wagrechte Strecke gesetzt werden, ohne daß bezüglich der zu berechnenden Winkel Änderungen entstehen.

In Abb. 73 bedeutet:

S = die Seilspannkraft (fast gleichzusetzen der Horizontalspannkraft H),
D = Stützendruck zwischen Spannweite L_1 und L_2,
g = Eigengewicht des Seiles für den laufenden Meter,
Q = wandernde Einzellast (einschließlich Zugseilgewicht),
w = Wagenentfernung in Meter.

Dann ist der Stützendruck bestimmt durch:

$$D = \left(g + \frac{Q}{w}\right) \cdot \frac{L_1 + L_2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (110)$$

Nach Gleichung (110) ist somit der Winkel $\alpha = \frac{D}{S}$, daher:

$$\alpha^{\circ}{}_{0} = \frac{50}{S} \cdot \left(g + \frac{Q}{w}\right) \left(L_1 + L_2\right) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (111)$$

Hiezu kommt noch ein Zuschlag für die Wirkung der auflaufenden Einzellast Q, welche das Tragseil vor dem Schuh besonders stark krümmt,

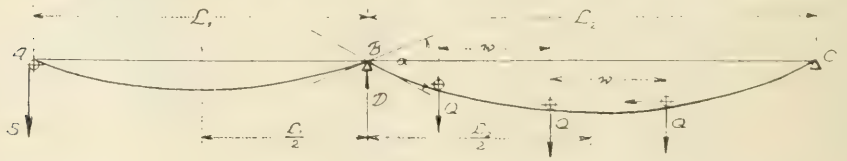


Abb. 73.

was durch die bisher eingeführte Annahme der gleichförmigen Verteilung der Einzellasten auf die Wagenentfernung $\left(\frac{Q}{w}\right)$ noch nicht zum Ausdruck kommt.

Würde sich die Einzellast Q noch weit von der Stütze befinden, so würde das Seil angenähert die Form einer Kettenlinie annehmen, da die Einzellasten (Q) auf die ganze Feldspannweite gleichmäßig verteilt gedacht werden können. Die Tangenten in den Endpunkten B und C an die Kettenlinie im Felde L_2 schließen mit den Tangenten der Nachbarfelder die zu suchenden Knickwinkel (α) ein, die sich durch

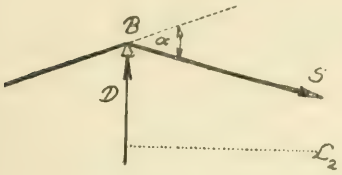


Abb. 74 a.

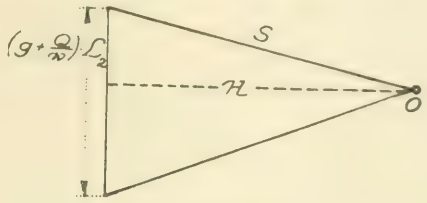


Abb. 74 b.

zeichnerisches Verfahren mittels Kräfteplan (Abb. 74a) und Seilvieleck (Abb. 74b) ohneweiters ermitteln lassen.

Befindet sich aber gerade eine Einzellast Q in nächster Nähe der Stütze B, dann ändert sich das an B anschließende Stück der Seillinie (= Seilvieleck), wie Abb. 75 zeigt, derart, daß die erste Vieleckseite Ba noch um den Zusatzwinkel α' gegen die Tangente (Bb) der Kettenlinie abweicht. Da die Entfernung e der Last Q von der Stütze B

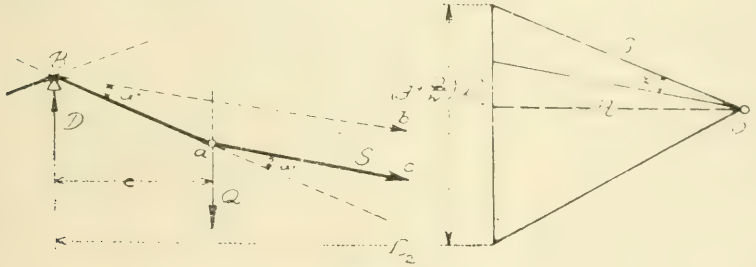


Abb. 75.

verhältnismäßig klein gegen die Wagenentfernung a ist, welche die nächste Seite des Seilvieleckes bildet, so ist Bb nahezu gleichlaufend mit ac und daher:

$$\alpha' = \alpha''$$

$$\operatorname{tg} \alpha' \cdot a' = \frac{Q}{S}$$

$$\alpha'^{\prime\prime} = 100 \frac{Q}{S}.$$

Dieser Zusatzwinkel α' ist noch dem nach Gleichung (111) ermittelten Knickwinkel (α) hinzuzufügen, um den Gesamtrichtungsunterschied der Seillinien am Auflagerschuh — d. i. den Umspannungswinkel — zu erhalten.

$$\alpha^{0}/_{0} = \left[100\,Q + 50\left(g + \frac{Q}{w}\right)\left(L_1 - L_2\right)\right] : S \quad . \quad . \quad . \quad (112)$$

Liegen die drei Stützen A, B und C nicht in gleicher Höhe, sondern schließen die geradlinigen Verbindungen $A\,B$ und $B\,C$ miteinander den Winkel β ein (Abb. 76), so ist dieser Winkel β zum nach Gleichung (112) errechneten Winkel α noch zuzuzählen oder abzuziehen, je nachdem die Stütze B über oder unter der Geraden $A\,C$ liegt.

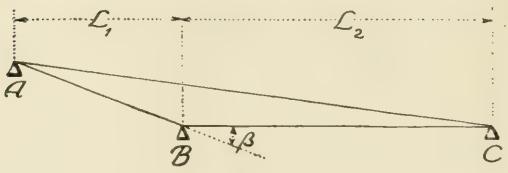


Abb. 76.

Für stärker geneigte Bahnen läßt sich der Stützendruck A auch aus den Seillinien zeichnerisch ermitteln (siehe Abschnitt IV), woraus dann der Knickwinkel als Verhältnis von D zur Seilspannkraft S bestimmt werden könnte.

b) Der Auflagerdruck auf die Flächeneinheit des Tragseiles.

Die aus Gründen der Biegungsbeanspruchung des Seiles einzuhaltende Krümmung des Seilauflagerschuhes muß auch wegen der zulässigen Pressung des Seiles auf seiner Unterlage auf ein bestimmtes Maß begrenzt werden, wodurch man zu ähnlichen Ergebnissen hinsichtlich des Krümmungshalbmessers ϱ kommt.

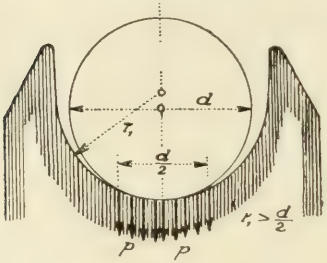


Abb. 77.

Wäre p_1 der Auflagerdruck, den das Seil auf die Längeneinheit seiner Unterlage ausübt, so ist nach bekannten in Abb. 78 dargestellten Beziehungen

$$2\int_0^{\alpha/2} p_1\,\varrho\,d\,\varphi\,.\cos\varphi = A$$

$$2\,p_1\,\varrho\sin\frac{\alpha}{2} = 2\,S\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$p_1 = \frac{S}{\varrho}.$$

Um den Druck auf die Flächeneinheit zu erhalten, muß man die Breite des Auflagers kennen (Abb. 77). Theoretisch berührt das Seil mit seinem Kreisquerschnitt nur im untersten Punkt, doch wird durch die Quetschung des Seiles eine ganze Auflagsfläche gebildet werden, die annähernd mit der Breite $\frac{d}{2}$ angenommen werden kann.

Erfahrungsgemäß ist der Flächendruck für die Einheit der theoretischen Berührungsfläche — in Wirklichkeit liegen die Drähte des Seiles ja doch nur an einigen Punkten auf der Unterlage — in solchen

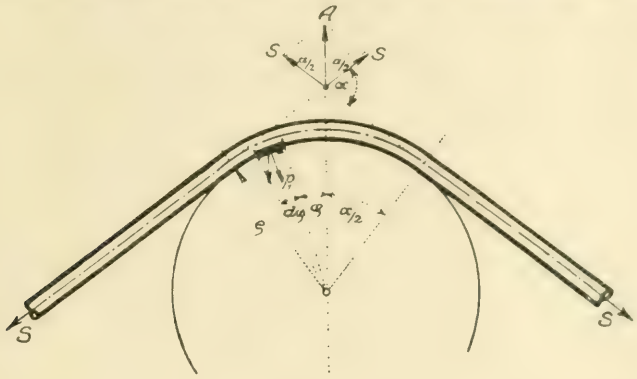


Abb. 78.

Grenzen zu halten, daß die Abnützung der Drähte erträglich bleibt, was bei $p \leq 20\,kg/cm^2$ erreicht wird.

$$p = \frac{S}{\varrho \cdot \frac{d}{2}}$$

$$S = F_s \,.\, z = c_2 \frac{d^2 \pi}{4} \,.\, z$$

$$p = \frac{c_2 \frac{d^2 \pi}{4} \,.\, z}{\varrho \cdot \frac{d}{2}} = c_2 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{d}{\varrho} \,.\, z$$

$$\varrho = c_2 \frac{\pi}{2} \,.\, d \,.\, \frac{z}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (113)$$

Mit $z = 3000\,kg/cm^2$ und $p = 20\,kg/cm^2$ wird $\frac{z}{p} \cdot 150$

$$\varrho \geq 175\,d \text{ oder rund}$$

$$\varrho \geq 200\,d \quad \ldots \ldots \ldots \quad (114)$$

In der Praxis gibt es zwar Formeln, die kleinere Werte für ϱ angeben, doch gibt es hiefür keine andere Begründung als das Bestreben, sich in den Abmessungen der Seilauflagerschuhe möglichst Zwang anzutun, damit dieselben nicht zu lang werden. Wie schon erwähnt, sind kleinere Krümmungshalbmesser als hier angegeben, bei geringen Knickwinkeln ($\alpha = 50—70^0/_{00}$) nicht von Belang, da das Tragseil in solchen Fällen nicht die Form des Schuhes annimmt, sondern sich frei nach einem größeren Krümmungshalbmesser durchbiegt. Bei stärkeren Knickwinkeln ist aber darauf zu achten, daß die Krümmung der Auflagerschuhe nicht zu scharf bemessen wird, da sonst das Seil stark in Mitleidenschaft gezogen wird.

IV. Höhenplan einer Seilbahn.

A. Das Spanngewicht, seine Größe und Lage in der Strecke.

Soll die im Abschnitt II besprochene Wirkung des Spanngewichtes als Regler der Seilzugkraft gemäß den bereits ermittelten theoretischen Bedingungen tatsächlich eintreten, so muß auch wirklich eine solche Bauweise gewählt werden, die den gemachten Voraussetzungen entspricht oder ihnen doch möglichst nahe kommt. Für den Techniker ist ja der Umstand, daß eine vollkommene Übereinstimmung von Theorie und Wirklichkeit nicht eintritt, nichts Überraschendes, da die restlose Erfüllung aller Voraussetzungen nicht denkbar ist. Durch entsprechende Berücksichtigung der Unvollkommenheiten gelangt man schließlich zu brauchbaren Berechnungsweisen.

Wir haben bezüglich der Wirkungsweise des Spanngewichtes (G) vorausgesetzt, daß das Tragseil auf der einen Stütze der Spannweite vollkommen frei beweglich ist, so daß der Zug des Spanngewichtes ohne jeden Verlust, unmittelbar als Seilzugkraft (S) zur Wirkung kommt. Solches wäre am vollkommensten durch Lagerung des Seiles auf leicht beweglichen, großen Rollen erzielbar, doch kann diese Bauweise wegen des sehr bedeutenden Stützendruckes (A), welcher sehr große Zapfendrücke erzeugen würde, und anderer Umstände konstruktiver Natur nicht angewendet werden. Man wählt deshalb bisher für die Stützstellen des Seiles meist bogenförmige Lagerschuhe aus Gußeisen oder Stahlguß. Es hat allerdings nicht an Versuchen gefehlt, die Auflagerschuhe derartig beweglich zu gestalten, daß sie der bei jeder Belastungsschwankung eintretenden Änderung der Seillage folgen können, wodurch die „Pendelschuhe", „Drehschuhe" usw. entstanden sind. Doch haben alle diese bisher bekannten Bauweisen doch nicht die Wirkungsweise einer Seilrolle und es herrscht bei der Längsverschiebung des Seiles am Auflager stets eine — ziemlich bedeutende — gleitende Reibung zwischen Seil und Unterlage. Hiemit muß eben gerechnet werden, um sich ein richtiges Bild über die Spannungsverhältnisse im Tragseil zu bilden.

Abb. 79 zeigt schematisch eine Auflagerstelle, woselbst die Seilachse einen Richtungsänderungswinkel von der Größe α bildet. Der auftretende Stützendruck (A) — gleichgültig ob derselbe als Einzellast oder über die ganze Auflagerfläche verteilt gedacht ist — bringt aber Reibungskräfte hervor, die der Bewegung des Seiles hinderlich sind.

Im Zustand der Ruhe wird die Seilzugkraft (S) auf der einen Seite des Schuhes gleich jener (S') auf der anderen sein, so als ob das Auflager wirklich als Rolle ausgebildet wäre. Hingegen wird bei einer etwaigen Verschiebung des Seiles nach links (Abb. 79)

$$S > S'$$

sein müssen, da außer S' noch die Reibung als Widerstand gegen die eingeleitete Bewegung hinzutreten wird. Da es sich nicht bloß um

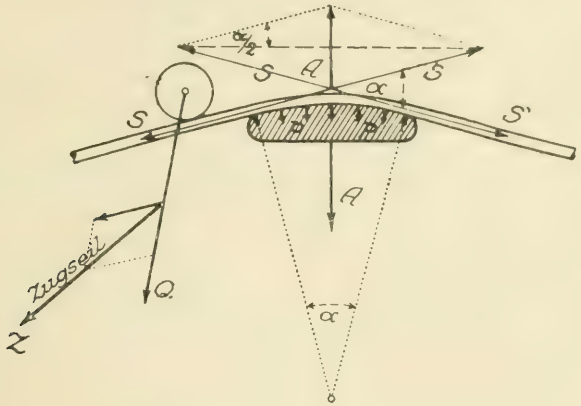


Abb. 79.

ein einfaches Aufliegen des Seiles handelt, sondern bei größeren Knickwinkeln um das Umspannen einer gekrümmten Unterlage bei einem gesamten Richtungsänderungswinkel α auf einer Stütze, so gilt die bekannte Gleichung

$$S = S' . e^{\mu\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (115)$$

wobei $e = 2{\cdot}71828$ die Grundzahl der natürlichen Logarithmen bedeutet, $\mu = 0{\cdot}10$ bis $0{\cdot}36$, der Reibungswert der gleitenden Reibung zwischen Drahtseil und gußeiserner Unterlage und α der „Knickwinkel" des Seiles auf der betreffenden Stütze ist.

Auf einer gewöhnlichen Seilstütze erreicht der Winkel α meistens keinen großen Wert ($\alpha = 1$ bis 4^0), so daß man die Potenz $e^{\mu\alpha}$ nach der Reihenentwicklung $\left(e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \ldots.\right)$ berechnen kann:

$$e^{\mu\alpha} = 1 + \mu\alpha + \left(\frac{\mu\alpha}{2}\right)^2 + \ldots.$$

Sieht man von den Gliedern zweiten Grades wegen der Kleinheit von α ab, so bleibt

$$e^{\mu\alpha} \doteq 1 + \mu\alpha$$

und die Gleichung (115) geht in die Beziehung

$$S = S'(1 + \mu\alpha) = S' + (S' . \alpha) . \mu \text{ über.}$$

Da man statt $S' . \alpha$ den Auflagerdruck A setzen kann, so ist

$$S = S' + \mu . A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (116)$$

wobei $\mu A = R$ die Reibung auf der betreffenden Stütze nach der bekannten Form (Reibungszahl $\times$ Normaldruck) darstellt.

Wie die Bestimmung des Auflagerdruckes (A) aus der gezeichneten oder berechneten Seillinie geschieht, wird noch im Punkt *C)* dieses Abschnittes gezeigt werden.

Die Verschiedenheit der Seilzugkräfte (S und S') wird aber nicht nur im Falle einer tatsächlichen Verschiebung auf dem Auflager eintreten, sondern auch schon dann bestehen, wenn bloß eine Veranlassung für eine solche gegeben ist, obwohl das Seil hiebei selbst noch in Ruhe bleibt. Erst bis die verschiebende Kraft den Reibungswiderstand

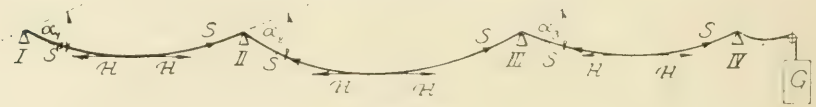


Abb. 80.

übersteigt, wird eine Bewegung wirklich beginnen, wobei die Seilzugkräfte beiderseits der Stütze um den Wert der Reibung auf der Unterlage voneinander verschieden sein werden.

Setzen wir aber näherungsweise voraus, daß die Seilzugkraft (S) in einem mehrfach unterstützten Tragseil zunächst in allen Punkten die gleiche und nahezu gleich der für jeden Punkt des Seiles fast gleichbleibenden Horizontalzugkraft (H) sei (Abb. 80). Würde nun im Feld *I II*, etwa durch Verminderung der Belastung der Längeneinheit des Tragseiles von q auf q_1 ($q_1 < q$), eine Veranlassung zu einer Hebung (Spannung) des Seiles gegeben sein, so wird dasselbe sich zunächst aber doch noch nicht tatsächlich spannen (und heben), sondern die Reibungskräfte auf den Stützen *I* und *II* werden lediglich eine solche Verminderung der Seilzugkraft im Feld *I II* bewirken, daß das Seil trotz der kleiner gewordenen Seilbelastung (q_1) doch wieder mit der gleichen Länge durchhängt wie bei der früheren Belastung (q). Es wird also der ursprünglichen Belastung q eine Horizontalzugkraft H

und der Belastung q_1 eine Spannkraft H_1 entsprechen. Und da die Seillinie sich zunächst nicht ändert, oder mathematisch gesprochen, ihren Parameter c beibehält, so muß sein:

$$c = \frac{H}{q} = \frac{H_1}{q_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (117)$$

$$H_1 = H\frac{q_1}{q} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (118)$$

d. h. $H_1 < H$

Die Horizontalzugkraft kann sich natürlich ohne Bewegung des Seiles nur um das Ausmaß der größtmöglichen Reibung (R_{α_2}) somit um

$$R_{\alpha_2} = S_1 (e^{\mu\alpha_2} - 1)$$

auf den kleinsten Wert S_1 vermindern (Abb. 81).

$$S_1 = S - S_1 e^{\mu\alpha_2} - S_1$$

$$S_1 = \frac{S}{e^{\mu\alpha_2}} \text{ und dementsprechend auch:}$$

$$H_1 = \frac{H}{e^{\mu\alpha_2}}.$$

Würde die Entlastung des Seilfeldes ($I\ II$) noch geringer werden als q_1, somit auch die dafür bei gleichem Durchhang nötige Horizontal-

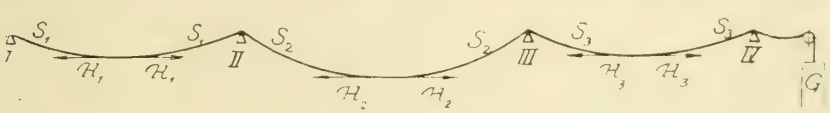


Abb. 81.

kraft noch kleiner sein, dann würde die im Nachbarfeld $II\ III$ wirkende Kraft H die Reibung auf der Stütze II überwinden und das Feld $I\ II$ hochziehen, jedoch nur bis zur Erreichung der Spannkraft $H_1 = H - R_{\alpha_2}$.

Wir sehen also, daß bei einem durch Reibungskräfte unbeweglich gelagerten Seil zunächst die Seilzugkraft im Verhältnis der Abnahme der Belastung (von q auf q_1) sinkt. Bei Zunahme der Belastung tritt ebenfalls ohne Bewegung des Seiles zunächst eine Erhöhung der Seilzugkraft im Feld um den Betrag der Reibung auf den Randstützen ein, ohne daß sich das Seil sofort senkt. Das Spanngewicht wird also erst nach einer weiteren Belastung des Seiles in Bewegung kommen.

Soll nun ein Spanngewicht (G) auf ein entferntes Seilfeld (z. B. $I\ II$) wirken (Abb. 81), so müssen alle Reibungswiderstände auf den zwischen ihm und dem Seilfeld ($I\ II$) gelegenen Stützen (hier II, III und IV) überwunden werden.

Damit im Feld (*I II*) eine Seilzugkraft S_1 ausgeübt werden kann (Abb. 81), muß das Feld *II III* eine etwas größere Spannkraft S_2 haben, wobei

$$S_2 = S_1 e^{\mu \alpha_2}.$$

Damit aber diese Spannkraft S_2 eintritt, muß im Nachbarfeld *II III* eine noch größere Seilzugkraft S_3 bestehen.

$$S_3 = S_2 e^{\mu \alpha_3} = S_1 e^{\mu \alpha_2} . e^{\mu \alpha_3} = S_1 e^{\mu (\alpha_2 + \alpha_3)}.$$

Und so setzt sich die Reihe bis zum Spanngewicht G fort, so daß allgemein gilt:

$$G = S_1 e^{\mu \Sigma \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

$$S_1 = G : e^{\mu \Sigma \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)$$

D. h. also: Die Spannkraft (S_1) in einem vom Spanngewicht (G) entfernten Feld mindert sich um so mehr ab, je mehr Richtungsänderungswinkel ($\Sigma \alpha$) auf den zwischen dem betreffenden Seilfeld und dem Spanngewicht liegenden Stützen vorhanden sind. Die Spannkraft S_1 in einem Seilfeld ist gleich dem vom Spanngewicht G ausgeübten Seilzug, vermindert um die nach der Summe der Umschlingungswinkel ($\Sigma \alpha$) zu berechnende Seilreibung auf den Stützen.

$$S_1 = G - S_1 (e^{\mu \Sigma \alpha} - 1).$$

Setzt man, da $(e^{\mu \Sigma \alpha} - 1)$ eine Zahl ist, die kleiner als die Einheit ist, zunächst

$$S_1 < G, \text{ so ist } S_1 < G (2 - e^{\mu \Sigma \alpha}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (121)$$

Die beigefügte zeichnerische Darstellung (Abb. 82) zeigt die Werte von $e^{\mu \alpha}$ für die Summe der Knickwinkel von 1 bis 90° und die für gewöhnliche Verhältnisse gültigen Reibungswerte $\mu = 0{\cdot}20$, $0{\cdot}25$, $0{\cdot}30$.

Da es im Seilbahnbau meist üblich ist, die auf den Stützen eintretenden Knickwinkel (Richtungsänderungswinkel der Seilachse) nach der Größe ihrer Tangente ($\operatorname{tg} \alpha$) in % oder ‰ zu berechnen, so gibt die Abb. 83 die Werte von $e^{\mu \alpha}$ auch nach dem Argumente $\operatorname{tg} \alpha$ an. Hiebei kann bis $\Sigma \alpha = 30°$ mit genügender Genauigkeit

$$\operatorname{tg} \Sigma \alpha = \Sigma . \operatorname{tg} \alpha$$

gesetzt werden, da ja hinsichtlich des tatsächlich vorhandenen Reibungswertes μ ohnehin eine gewisse Unsicherheit besteht.

Man ersieht aus diesen Zusammenfassungen, daß, wenn eine Summe der Knickwinkel von 30° erreicht ist, die Spannkraft eines Seilfeldes

schon um 11 bis 17% der Größe des von ihm entfernt gelegenen Spanngewichtes nach aufwärts oder abwärts schwanken kann, so daß bereits eine wesentliche Abweichung von der theoretischen Voraussetzung der gleichmäßigen Seilzugkraft in allen Feldern besteht. Die Unterschiede der Spannkräfte in benachbarten Feldern sind aber bei richtiger Linienführung nicht bedeutend.

Da man die Änderung der Spannkraft in einem Feld beim Verkehr von vollen gegenüber der bei leeren Wagen u. dgl. wegen der Änderung der Belastung nach Gleichung (118) leicht berechnen kann, kann man auch ermitteln, ob eine solche Belastungsänderung auf das Spanngewicht einwirkt oder nicht. Beträgt z. B. die Änderung der Belastung des Tragseiles für den laufenden Meter nur 10%, so wird bei $\Sigma\alpha \geq 30^0$ das Spanngewicht nicht mehr in Bewegung kommen. Wohl aber wird diese Belastungsänderung auf die Nachbarfelder einwirken, wobei diese

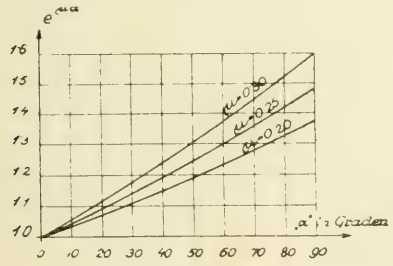


Abb. 82.

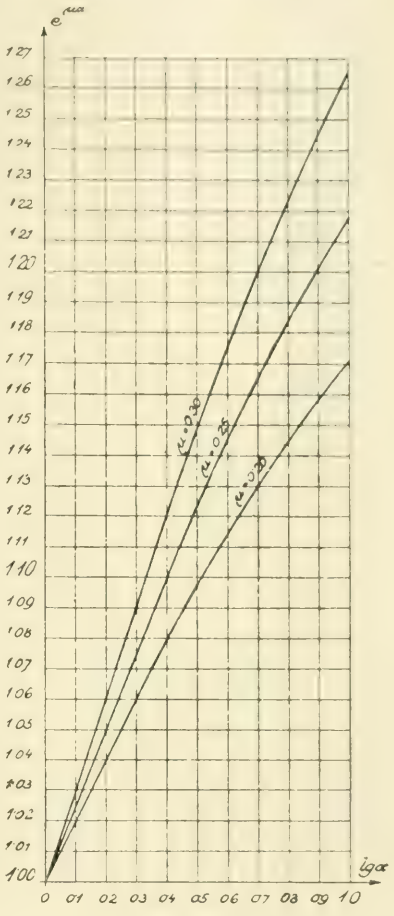


Abb. 83.

Wirkung mit zunehmender Entfernung vom betrachteten Seilfeld immer geringer wird.

Um zu große Schwankungen in der Seilzugkraft zu vermeiden und eine genügende Sicherheit für die Bestimmung derselben zu erzielen, kann empfohlen werden, die gesamte Seilbahnstrecke durch Spannvorrichtungen (Spannstationen) (Abb. 24 im Abschnitt II) derart zu unterteilen, daß die größte Summe aller Knickwinkel ($\Sigma\alpha$) auf den Stützen einer Spannstrecke den Wert von 30° (40°) nicht übersteigt. Hiebei ist 40° für die

Anordnung „Spanngewicht unten“, 30° für „Spanngewicht oben“ anzuwenden.

$$\Sigma\alpha \leq 30^0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (122)$$

$$\operatorname{tg}\Sigma\alpha \leq 0{\cdot}58\ (58\%) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (122a)$$

Eine Teilung der Linie in Spannstrecken von einer gewissen Länge (1-bis 3 *km*), wie sie derzeit vielfach üblich ist, gibt bei kuppenförmigem (konvexem) Gelände wesentlich ungünstigere Ergebnisse als bei muldenförmiger (konkaver) Bodenform.

Es kann auch aus nachstehender Abb. 84 leicht entnommen werden, daß es bei Bahnen mit größerem Gesamthöhenunterschied der Endpunkte vorteilhaft ist, die Spanngewichte an die tiefsten Punkte zu legen.

Die Spannkraft (Seilzugkraft) ist in jedem oberen Endpunkt eines Seilfeldes um $h \,.\, q$ größer, als am unteren. Hiebei ist h der Höhenunter-

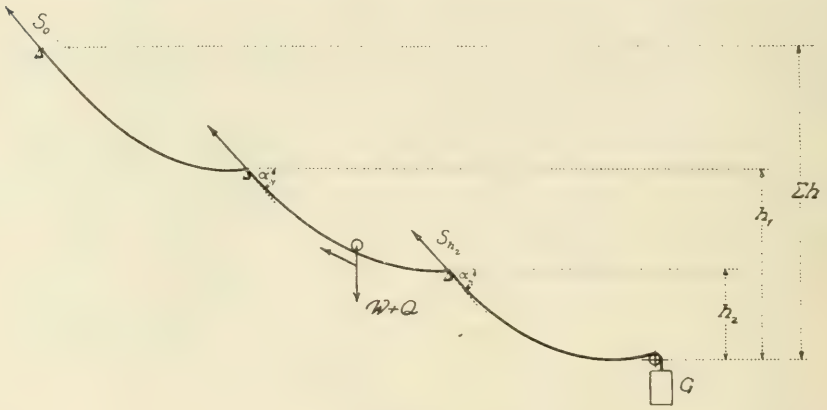


Abb. 84.

schied der beiden Endpunkte (Stützen) dieses Feldes und q die gesamte auf dem Seil befindliche Last (auf den laufenden Meter berechnet) einschließlich des Eigengewichtes des Seiles.

Man rechnet für $\quad q = g + g_1 + \dfrac{W+Q}{a}$,

(Bezeichnungen nach Abschnitt II, Gleichung 61). Doch ist dies nur näherungsweise richtig, da ein Teil des Zugseilgewichtes, wegen seiner Lagerung auf den Stützen (Zugseiltragrollen) bei gewissen Laststellungen das Tragseil nicht belastet. Jedenfalls ist aber für q nicht bloß das Eigengewicht (g) des Tragseiles allein zu setzen.

Bei reibungsloser Übertragung der Seilzugkraft von einem Seilfeld ins andere würde am höchsten Punkt der Bahn eine Seilspannkraft

$$S_0 = G + \Sigma \,.\, h \,.\, q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (123)$$

herrschen.

Anderseits kann die Reibung auf den Stützen die Wirkung der Spannkraft im obersten, d. i. hier im letzten Seilfeld um $G(e^{\mu \Sigma \alpha} - 1)$ vermindern, so daß $S_0 = G + \Sigma h \,.\, q - G \,.\, (e^{\mu \Sigma \alpha} - 1)$ wird.

Die Größen $\Sigma h \,.\, q$ und $G(e^{\mu \Sigma \alpha} - 1)$ heben sich dann zum Teil gegenseitig auf und die Seilzugkraft in allen Feldern nähert sich wieder dem Wert G der ersten Annahme. Bei Anordnung des Spanngewichtes am höheren Endpunkt einer Strecke würde im untersten Seilfeld eine wesentlich geringere Seilzugkraft herrschen als im oberen Teil der Bahn, was natürlich nicht nur größere Spanngewichte erfordert, um auch im untersten Feld kein schlappes Seil zu erhalten, sondern auch die Beanspruchung des Tragseiles in allen Feldern vermehrt.

Manchmal gestatten aber in der Praxis die sonstigen gegebenen Verhältnisse nicht, dem Spanngewicht die tiefste Lage im Höhenplan der Bahn zu geben. Auch entspricht es meistens einer Verringerung der Baukosten, die Spannstationen zweier aneinanderstoßenden Spannstrecken zu einem einzigen Bauwerk zu vereinigen. Die vorstehenden Anhaltspunkte geben jedenfalls die Möglichkeit, die Seilspannungen genauer zu berechnen als bei Annahme reibungsloser Auflagerung des Tragseiles auf den Stützen. Man wird somit bei der schließlichen Nachrechnung eines ausgearbeiteten Entwurfes auf die ungleiche Größe der Seilspannung in den verschiedenen Feldern einer Spannstrecke gebührend Rücksicht nehmen müssen.

Was die Größe des Spanngewichtes anbelangt, so bestimmt sie sich aus der Forderung, auch in dem Seilfeld mit der kleinsten Seilzugkraft noch eine solche Seilzugspannung (z) zu erzielen, daß die Gesamtbeanspruchung (σ) des Drahtmaterials auf Zug und Biegung noch eine entsprechende Sicherheit gegenüber der Zerreißfestigkeit K_z ergibt:

$$\sigma = z + k \,.\, \frac{Q}{F_s}, \text{ wobei } k = \sqrt{\frac{E}{z}}.$$

Der Sicherheitsgrad $N = \frac{K_z}{\sigma} = \frac{K_z}{z + k \frac{Q}{F_s}}$.

Für die größte noch zulässige Querbelastung (Q), die noch keinen Druck auf der Innenseite des Seilbogens erzeugt, ist:

$$k \,.\, \frac{Q}{F_s} = z$$

$$\sigma = 2z, \quad N = \frac{K_z}{2z} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_z}{z}$$

$$N = \frac{1}{2} n_z \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (124)$$

Für die höchste zulässige Querlast ist also der tatsächliche Sicherheitsgrad (N) die Hälfte des Sicherheitsgrades für reine Zugbeanspruchung $\left(n_z = \frac{K_z}{z}\right)$. Für kleinere Querlasten ist der Sicherheitsgrad (N) entsprechend höher, doch sucht man begreiflicherweise die zulässige Querbelastung nahezu wirklich zu erreichen, so daß überschlägig die Beziehungen der Gleichung (124) als Richtschnur gelten können. Mit dem tatsächlichen Sicherheitsgrad (N) kann man indes, da bereits alle bekannten Nebenspannungen (Sekundärspannungen) im Seil berücksichtigt sind, auf 2 bis 2·5 herabgehen. Man spannt daher das Tragseil bei Güterförderbahnen mit einer Spannung z gleich einem Viertel bis zu einem Fünftel der Zerreißfestigkeit (K_z).

Bei Personenseilbahnen, wo man meist einen höheren tatsächlichen Sicherheitsgrad (N) nachweisen will, dürfte es sich empfehlen, die Zugbeanspruchung z mit einem Viertel bis einem Fünftel der Zerreißfestigkeit anzunehmen und mit der tatsächlichen Querlast Q jedoch unter der höchstzulässigen Grenze zu bleiben, so daß dann Sicherheitsgrade von 2·5 bis 3·5 bestehen. Wie schon im Abschnitt II gezeigt wurde, ist es kaum möglich, den tatsächlichen Sicherheitsgrad (N) über dieses Maß zu heben, da mit abnehmender Seilzugspannung z die Biegungsspannung stark wächst, so daß man auch bei Sicherheitsgraden (n_z) von 7 bis 10 „auf Zug“ doch keinen höheren Gesamtsicherheitsgrad (N) erzielt, es sei denn, daß man die Querbelastungen sehr klein annimmt. Aber gerade zu letzterer Annahme geben die Personenseilbahnen mit ihren verhältnismäßig schweren Gehängen keine Gelegenheit. Die Förderkabine durch eine Reihe von kleineren Kabinen, welche wie die Wagen eines Eisenbahnzuges hintereinander fahren und untereinander verbunden sind, zu ersetzen, erscheint deshalb theoretisch als günstige Lösung zur Erzielung möglichst hoher Sicherheit bei Personenseilbahnen. Eine derartige Bauart ist indes noch nicht ausgeführt worden; sie dürfte wohl auch einige Schwierigkeiten konstruktiver und betrieblicher Natur bieten.

Die anzuwendende Seilspannung z wird übrigens auch wegen des Seildurchhanges nicht zu niedrig gewählt werden dürfen.

Das Verhältnis der Biegungsspannung (b) zur Zugspannung (z) und der Gesamtspannung (σ) kann am besten unter Beachtung folgender einfacher Bezeichnungen bestimmt werden, wenn — z. B. behördlicherseits — ein bestimmter Sicherheitsgrad (N) für die Gesamtspannung vorgeschrieben ist. Der Sicherheitsgrad (n_z) auf reine Zugbeanspruchung muß von vornherein mit Rücksicht auf die Trassenführung angenommen werden. Es ist vorteilhaft ihn nur um weniges höher als den Gesamtsicherheitsgrad (N) zu wählen.

$$n_z > N.$$

Ist K die Zerreißfestigkeit der Drähte, dann ergibt sich für den Sicherheitsgrad n_b der Biegungsbeanspruchung folgende Begrenzung:

$$z + b = \sigma = \frac{K}{n_z} + \frac{K}{n_b} = \frac{K}{N}$$

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{n_z} + \frac{1}{n_b}$$

$$N = \frac{n_z \cdot n_b}{n_b + n_z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a)$$

Setzt man $n_b = a\, n_z$, drückt also die zulässige Biegungsspannung als den a^{ten} Teil der angenommenen Zugspannung aus, so ist:

$$n_b = a \cdot n_z$$

$$n_b = \frac{N \cdot n_z}{n_z - N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$a\, n_z = \frac{N \cdot n_z}{n_z - N}$$

$$a = \frac{N}{n_z - N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

$$N = \frac{a}{1 + a} \cdot n_z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

Wird z. B. von der Behörde dreifache absolute Sicherheit gefordert ($N = 3$), und ist die Bahn mit einer Zugspannung z bei fünffacher Zugfestigkeitssicherheit $n_z = 5$ trassiert, dann darf die Querlast nicht größer sein, als daß sie das Tragseil, dessen Querschnitt sich aus der angenommenen Zugspannung $\left(z = \frac{K}{n_z}\right)$ berechnen ließ, bloß mit einer Biegungsspannung $b = \frac{2}{3} z$ beansprucht. Denn:

$$a = \frac{3}{5 - 3} = \frac{3}{2}$$

$$n_b = \frac{3}{2} n_z$$

$$b = \frac{K}{n_b} = \frac{K}{\frac{3}{2} n_z} = \frac{2}{3} \frac{K}{n_z} = \frac{2}{3} z.$$

Da nach früherem $b = \frac{Q}{F_s} \sqrt{\frac{E}{z}}$ ist, kann nunmehr die höchste für diesen Fall zulässige Querbelastung gerechnet werden.

B. Linienführung und Stützenausteilung.

Die Theorie der Linienführung bei Seilbahnen bezieht sich für die einzelnen geraden Abschnitte derselben vornehmlich auf die Wahl der Entfernungen und Höhenlage der Stützpunkte. Wenn möglich, behält man als Grundriß einer Seilbahnstrecke die geradlinige Verbindung von Anfangs- und Endstation bei, vorausgesetzt, daß hiedurch der Höhenplan nicht zu ungünstig wird oder andere Umstände (Grundeinlösungsschwierigkeiten u. dgl.) solches als untunlich erscheinen lassen. Man hilft sich anderenfalls durch Einschalten von Winkelstationen, die entweder mit durchlaufendem Zugseil als sogenannte „selbsttätige" (automatische) ausgebildet sind oder vereinigte Anfangs- und Endstationen zweier unter einem Winkel zusammengeführten geradlinigen Bahnen darstellen, in welchem Falle ihr Betrieb eine Bedienungsmannschaft erfordert.

Vorwiegend handelt es sich somit um die Bestimmung des Höhenplanes einer geradlinigen Seilbahnstrecke.

a) Ebenes Gelände.

In ebenem Gelände wird man, falls nicht andere Gründe zu Abweichungen zwingen, die Stützpunkte in gleichen Entfernungen voneinander wählen (Abb. 85). Die Größe dieser Entfernung bestimmt sich dann etwa wie folgt:

Aus Gleichung (104) des Abschnittes III wird man zunächst die Mindeststärke des Tragseiles berechnen. Man wird ferner trachten,

Abb. 85.

die Höhe der Stützen in mäßigen Grenzen (5 bis 10 m) zu halten, um die Kosten der ersteren und ihrer Fundamente möglichst niedrig ansetzen zu können. Bei gegebener, nach vorstehendem Absatz zu wählender Seilspannung (z) erhält man für eine vorerst versuchsweise angenommene Stützenentfernung den größten Durchhang f gemäß den Berechnungen nach Abschnitt II. Entspricht dieser nicht den örtlichen Verhältnissen, so daß unter dem tiefsten Punkt des Gehänges noch

ein genügender Abstand bis zum Erdboden verbleibt, so kann man entweder die Stützen erhöhen oder ihre Zahl vermehren, wodurch ihr Abstand geringer wird. Welches der beiden Mittel zweckmäßiger ist, entscheiden vergleichende Kostenberechnungen, die bald Anhaltspunkte geben werden, in welcher Richtung Abänderungen der ersten Annahme günstig wirken. Da hölzerne Stützen in der Regel billiger sind als eiserne oder aus bewehrtem Beton, so werden bei ersteren wahrscheinlich kleinere Stützenentfernungen anzuwenden sein als bei letzteren. Beziehungsweise werden eiserne Fachwerksstützen von vornherein höher angenommen werden können als hölzerne.

Außerdem ist auch nachzuprüfen, ob die Knickwinkel auf den Stützen bei belastetem Seil das nach Punkt *Cf* des Abschnittes III festgesetzte Ausmaß nicht übersteigen, in welchem Fall die Mastentfernung zu verringern ist.

Es ist auch denkbar, daß ein etwas stärkeres Seil gewählt wird als sich nach der Größe der vorhandenen Querbelastung (nach Gleichung (104), Abschnitt III) ergibt, wodurch es möglich ist, die Stützenentfernung zu vergrößern, was bei besonders teurer Grundeinlösung oder bei Schwierigkeiten für die Gründung der Stützen in manchen Fällen anwendbar sein kann. In der Regel aber wird die Seilstärke mit ihrem Mindestmaß beibehalten.

Für die überschlägige Kostenberechnung der Stützen von der Höhe h kann für Eisenkonstruktionen deren Gewicht (G) wie folgt angenommen werden:

Für $h < 20\,m$ . . . . $G = (160\,h)^{kg}$

„ $h > 20\,m$ . . . . . $G = (30\,h + 6\,h^2)^{kg}$.

Der Materialbedarf für hölzerne Stützen gewöhnlicher Bauart zwischen 4 und 18 m Höhe:

Holz $^{m^3}$	$(0{\cdot}55\,h + 0{\cdot}4)^{m^3}$
Verbindungsschrauben ^{kg} . . .	$(2\,h + 25)^{kg}$
Gründung aus Beton $^{m^3}$ . . .	$0{\cdot}5\,h^{m^3}$.

b) Bodenform mit erhabener (konvexer) Krümmung.

Da die Richtungsänderungs-(Knick-)winkel auf jeder Stütze das nach Punkt *Cf* des Abschnittes III zu berechnende Maß nicht überschreiten sollen, sind bei Geländeformen mit erhabener Krümmung die Stützen so nahe aneinander zu rücken, daß die Seillinie ungefähr gleichlaufend mit der Bodenfläche geführt wird. Da sich bei stärkeren Krümmungen kleine Stützenentfernungen und ein ganz geringfügiger Seildurchhang ergeben, so kann die Seillinie zwischen zwei Nachbarstützen als Gerade gezeichnet werden. Die Höhe der Stützen wird möglichst niedrig zu bemessen sein.

Wird die Entfernung der Stützpunkte sehr gering, so vereinigt man auch zwei Tragschuhe auf einer Doppelstütze (Abb. 86).

Für Einzelstützen geht man auf Kleinstentfernungen von 8 bis 10 *m* herab. Ist die Bodenform besonders stark gekrümmt, so daß man es mit einer „Nase“ oder „Kuppe“ zu tun hat, so wendet man „Kuppen-

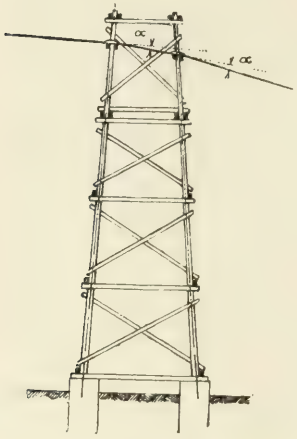


Abb. 86.

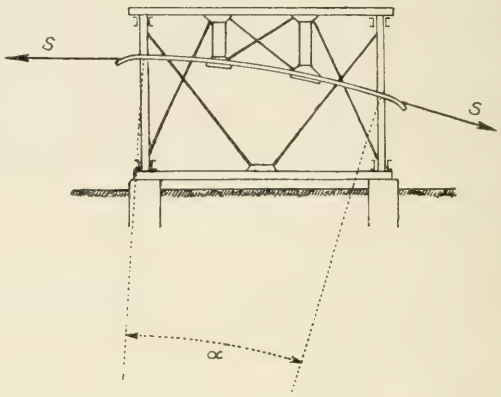


Abb. 87.

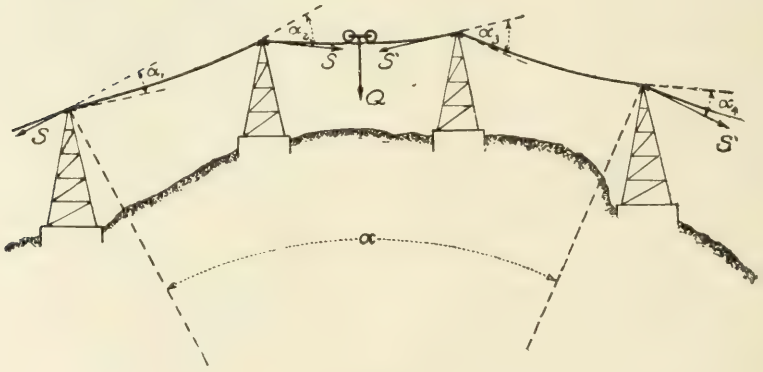


Abb. 88.

überführungen“ oder Auflagerschuhe mit außergewöhnlichen Abmessungen (Abb. 87) an.

Bei diesen Konstruktionen liegt das Seil in einer kreisförmig gebogenen Rinne aus Profileisen oder Gußstahl und das Laufwerk rollt auf derselben.

Zu beachten ist, daß die auf einem Kuppenübergang auftretende Seilreibung wegen des verhältnismäßig großen Umschlingungswinkels α eine recht beträchtliche Größe annimmt, so daß derartige Vorrichtungen

wie Festpunkte des Seiles wirken, weil daselbst eine Verschiebung des letzteren nur schwer möglich ist. Auch Kuppenübergänge aus Einzelstützen wirken, im großen betrachtet, als solche festgelegte Stellen des Seiles, doch weisen sie selbst beim gleichen Gesamtrichtungsänderungswinkel α eine etwas größere Bewegungsmöglichkeit des Seiles auf als bei einheitlichen Kuppenüberführungen. Dies deshalb, weil hier (Abb. 88) bei den meisten Laststellungen innerhalb der Stützengruppe eine Verschiebung des Tragseiles unter Überwindung einer Reibung, die kleiner als $S.(e^{\mu\,\alpha\,\Sigma} - 1)$ ist, stattfinden kann. So muß z. B. bei Stellung der Last in der Mitte der Stützengruppe nur eine dem halben Umschlingungswinkel ($^1/_2\,\Sigma\,\alpha$) entsprechende Reibung $= S.(e^{\mu\,^1/_2\,\Sigma\,\alpha} - 1)$ überwunden werden, um das Seil in Bewegung zu setzen. Bei einer einheitlichen Kuppenüberführung hingegen belastet die Verkehrslast in einer Mittelstellung auf ihr überhaupt nicht das Seil und wirkt daher auch nicht verschiebend auf das Tragseil. Erst eine Laststellung links oder rechts von der Auflagervorrichtung könnte verschiebend wirken, wenn die Seilspannkraft um den ganzen Betrag der Reibung $S.(e^{\mu\,\Sigma\,\alpha} - 1)$ geändert wird.

c) Muldenförmige (konkave) Bodenform.

Betrachten wir drei Stützen einer Seilbahn, von denen die mittlere tiefer liegt (Abb. 89) als die geradlinige Verbindung der beiden äußeren ergeben würde, so ergeben sich folgende beachtenswerte

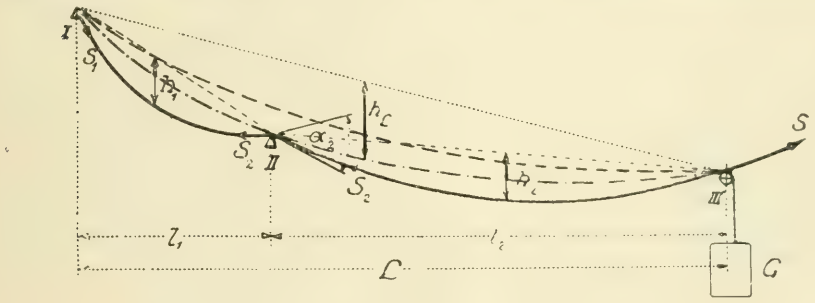


Abb. 89.

Erscheinungen bei einer etwaigen Veränderung der Seilzugkraft. Daß solche Änderungen im Betrieb vorkommen, wurde bereits früher erwähnt.

Zur einfacheren Vorstellung nehmen wir vorderhand an, daß die Seilspannkraft überhaupt verändert werden kann, was etwa durch Vergrößerung des Spanngewichtes G (Holzkasten, der mit Schotter gefüllt wird) bewirkt werden soll. Bei kleiner Seilspannung (kleiner Seilspannkraft $S = G$) wird das Tragseil infolge seines Eigengewichtes

(g) auf der Stütze II derart aufliegen, daß — von der Reibung des Seiles auf dem Auflager II abgesehen — die Seilspannkraft S_2 des Feldes l_2 sich unverändert ins Feld l_1 übertragen wird.

Setzen wir zur weiteren Vereinfachung des Gedankenganges voraus, daß alle Seilspannkräfte (S, S_1, S_2 usw.) nahezu gleich dem Spanngewicht G und der Horizontalspannkraft H seien, was nach früherem für nicht zu stark geneigte Bahnen zutreffend ist, so wird sich der Durchhang der beiden Seilfelder l_1 und l_2 dieser Seilspannkraft gemäß ergeben:

$$h_1 = \frac{g\,l_1^2}{8\,G}, \qquad h_2 = \frac{g\,l_2^2}{8\,G}.$$

Auf der Stütze II wird ein Knickwinkel α_2 entstehen, dessen Größe sich rechnerisch oder zeichnerisch in schon behandelter Weise bestimmen läßt.

Nimmt die Seilspannkraft ($S = G = H$) zu, so werden die Durchhänge h_1 und h_2 sich vermindern. Das gleiche wird hinsichtlich des Knickwinkels (α_2) auf der Stütze II der Fall sein, der endlich den Wert Ø annehmen wird, was soviel bedeutet, als daß die Seillinien beider anstoßender Felder (l_1 und l_2) in eine ununterbrochene Kettenlinie im Felde $L = l_1 + l_2$ übergehen. Wird der Knickwinkel gleich Ø, so bekommt auch die Stütze II nach Gleichung (64), Abschnitt III keinen Auflagerdruck mehr ($A_{II} = 0$).

Vergrößert man den Seilzug G noch weiter, so wird sich das Seil von der Stütze II abheben und sich ein solcher Durchhang ausbilden, als ob die Stütze II überhaupt nicht vorhanden wäre. Würde sich nun aber das Spanngewicht G wieder vermindern oder — was damit gleiche Wirkung hervorruft — die Belastung des Seilfeldes vergrößern, so senkt sich das Tragseil wieder. Es ist aber leicht zu beurteilen, daß ein selbst ganz geringfügiges, nur wenige Zentimeter betragendes Heraustreten des Seiles aus der Zeichenebene der Abb. 89, wie es etwa durch den Winddruck, seitliches Schwingen der Gehänge oder kleine Ungenauigkeiten in der Absteckung des Grundrisses der Stützen verursacht werden kann, bewirkt, daß sich das Seil beim Senken nicht mehr in den Auflagerschuh der Stütze II legen wird, sondern neben denselben. Es senkt sich dann entweder frei neben der Stütze II entsprechend der Spannweite L oder es bleibt am Stützengerüst hängen. Die an dieser Stelle ankommenden, vom Zugseil fortbewegten Gehänge werden dann wahrscheinlich an der Stütze II streifen, sich verhängen und abgeworfen werden, oder es wird ein Zugseilriß oder dergleichen eintreten. Hieraus ist selbstverständlich, daß das Abheben des Tragseiles von den Stützen unter allen Umständen vermieden werden muß.

Dies ist dann der Fall, wenn das Seil keine größere Spannung bekommen kann als der Grenzlage des Seiles (strichpunktierte Linie in Abb. 89) für den Stützendruck $A_{II} = 0$ entspricht.

Oder anders ausgedrückt, wird das Abheben dann verhindert, wenn die Stütze II mindestens so hoch liegt, daß sie das Seil auch noch bei seiner höchsten Lage, die der größten vorkommenden Seilspannkraft entspricht, berührt. Da man die größte, im Betriebe etwa eintretende Seilspannkraft nicht ganz genau voraussehen kann, legt man die Stützen, um eine Sicherheit gegen das Abheben zu haben, noch etwas höher, als der höchsten Lage des Seiles im Betrieb entspricht. Dies erzielt man am besten dadurch, daß man zur Bestimmung der Stützenhöhen eine Seillinie mit einem ungefähr dem 1·25fachen Betrag der wirklichen Seilspannung entsprechenden Parameter (Abschnitt II) verwendet.

Diese theoretische Seilkurve, die eigentlich gar niemals wirklich eintreten darf, wird „Talkurve“ oder „überspannte Seillinie“ genannt, weil sie nur bei weitestgehender Entlastung des Tragseiles und gleichzeitigem Auftreten einer Überspannung auftreten kann. Es wird im folgenden noch näher behandelt werden, welche Linie als Talkurve zu nehmen sein wird, da sich für die verschiedenen Gattungen der Seilbahnen und den verschiedenen Betriebsverhältnissen entsprechend nicht allgemeine und gleiche Regeln hiefür aufstellen lassen.

Die Stützen sollten somit hinsichtlich ihrer Höhenlage in der „Talkurve“ liegend angeordnet werden. Letztere wird sich aber selten mit der vorliegenden Bodenform soweit decken, daß man zu einer günstigen Stützenanordnung kommt. Im allgemeinen lassen sich auch die Seilbahnen einem muldenförmigen Geländeschnitt weniger gut anpassen als der ebenen oder erhabenen Bodenform. Da man aber mit Seilbahnen ohne Schwierigkeiten selbst große Spannweiten (600 bis 1000 m) ohne Unterstützung überbrücken kann, so ist man verhältnismäßig unabhängig von der Gestaltung des Untergrundes in seinen Einzelheiten. Im großen aber muß eben der trassierende Seilbahningenieur jenen Geländeschnitt wählen, der das Einlegen einer Talkurve gestattet. Diesbezüglich sollten richtigerweise stets gewissenhafte Vorstudien nach genauen Karten oder Geländeaufnahmen gemacht werden, da eine günstige Lage der gewählten Seilbahntrasse die Kosten stark beeinflussen kann.

Weitgespannte Seilfelder haben aber an und für sich ein großes Eigengewicht ($g \,.\, l$); sie werden meistens auch mehrere Verkehrslasten ($i \,.\, [Q + W]$) aufzunehmen haben, so daß die Gesamtbelastung solch großer Spannweiten eine beträchtliche sein wird. Würde diese Belastung bloß auf die Randstützen dieses Seilfeldes übertragen werden,

so bekämen diese viel zu große Stützendrücke. Außerdem würden die Knickwinkel auf den Randstützen beim belasteten Seil leicht zu große Werte annehmen. Beiden Bedingungen wird am besten dadurch Rechnung getragen, daß man ziemlich nahe (10 bis 20 m) neben der Randstütze einer großen Spannweite (B in Abb. 90) noch eine höher liegende Stütze C derart anordnet, daß die geradlinige Verbindung BC die Tangente an die höchstgelegene Seillinie ($m\,m$), welche in der Regel die „Talkurve“ sein wird, bildet.

Hiedurch wird erzielt, daß bei der höchsten Seillage $m\,m$, die wie schon erklärt eigentlich niemals eintreten soll, theoretisch gar kein Druck auf die Stütze B entfällt, da die Seilspannkraft S in einer

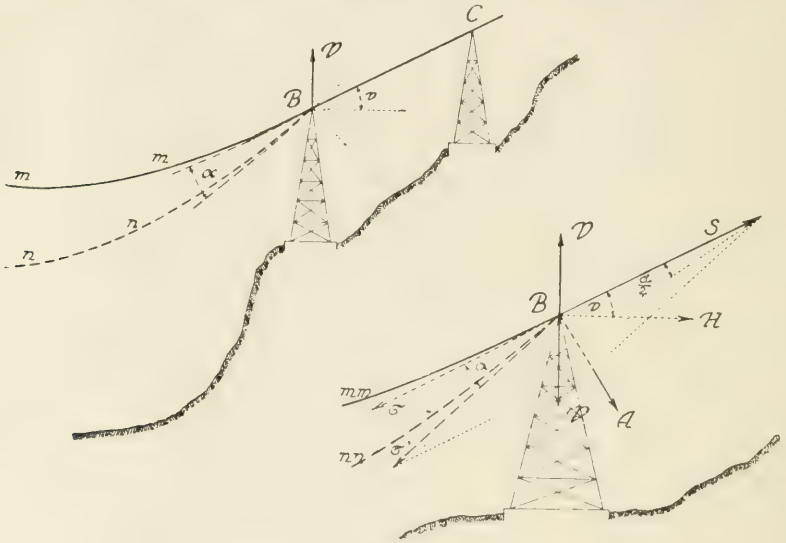


Abb. 90.

Geraden mit der Zugkraft σ des letzten Seilelementes der großen Spannweite liegt, somit ein Stützendruck bei diesem Belastungsfall nicht entstehen kann.

Bei jeder tieferen Lage (z. B. $n\,n$) des letzten Elementes des Tragseiles entsteht auf der Stütze B ein Knickwinkel (α) des Seiles, wodurch die Kräfte S und σ' den Stützendruck A (mit der lotrechten Teilkraft A_v und der wagrechten H) erzeugen.

Die lotrecht nach aufwärts wirkende Teilkraft (V) von S wird um so größer und daher um so mehr geeignet sein, eine wesentliche Verkleinerung des lotrechten Auflagerdruckes ($A_v - V$) oder eine Entlastung der Randstütze zu bewirken, je größer der Steigungswinkel (v) der Verbindungslinie BC ist. Die steilste Lage der Linie BC, die jedoch möglich ist, ergibt sich, wie nachstehend sofort gezeigt werden

soll, als Verlängerung der Tangente im Punkt B an die höchstliegende Seillinie ($m\,m$). Die höchstliegende Seillinie ist auch die flachste und ergibt sich dadurch eine obere Grenze für den Winkel ν. Eine höhere Lage des Stützpunktes C — etwa in einer Tangente an eine tiefer eingesenkte Seillinie — würde einen negativen Stützendruck in B, d. h. ein Abheben des Seiles von der Stütze B bewirken (Abb. 91).

In der Praxis wird nun das Wachsen der Seilzugkraft, welches das Abheben des Seiles von einer Stütze hervorbringen könnte, nicht durch Veränderung der Größe des Spanngewichtes eintreten, sondern durch die wechselnde Seilbelastung bei gleichzeitigem Vorhandensein der Reibungskräfte an den Stützenauflagern, welche den Spannungsausgleich im Seil nur unvollständig gestatten.

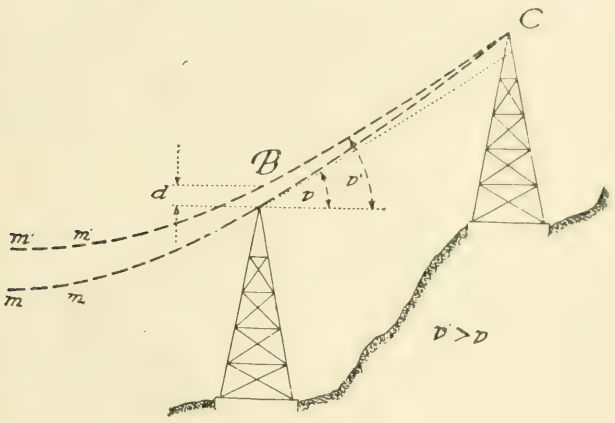


Abb. 91.

Wie im ersten Kapitel dieses Abschnittes (IV) ausgeführt wurde, können Schwankungen der Seilspannung bis zu 17% nach auf- oder abwärts eintreten. Solches hat aber dann die gleiche Wirkung, als wenn sich bei reibungslosen Auflagern das Spanngewicht G im gleichen Ausmaß vergrößern oder verkleinern würde. Man nimmt deshalb zur Sicherheit gegen das Abheben des Seiles eine um 25% gegenüber der Wirklichkeit erhöhte Seilzugkraft für die Bestimmung des Parameters der Talkurve an ($1{\cdot}25\,H = 1{\cdot}25\,G$).

Es ist aber nun noch die Frage zu beantworten, ob man als „höchste mögliche Lage der Seillinie“ (Talkurve) in allen Fällen die Linie des gänzlich von der Verkehrslast und dem Zugseilgewicht freien, lediglich durch sein Eigengewicht (g) belasteten Seiles bei der soeben begründeten gedachten Horizontalspannkraft $H = 1{\cdot}25\ G = 1{\cdot}25\ \frac{Kz}{\sigma}\ .\ F_s$ annehmen soll. (K_z = Zerreißfestigkeit des Drahtmaterials,

$\mathfrak{S}$ die angenommene Sicherheit gegen Bruch; meist $S = 4$ oder 5.) Dies wäre eine „Leerseillinie mit Überspannung".

Überall dort, wo eine vollständige Entlastung des Tragseiles von der Verkehrslast in einzelnen Seilfeldern regelmäßig eintritt oder doch wahrscheinlich öfters eintreten kann — so bei Spannweiten die kleiner als die Wagenentfernung (w) sind und insbesonders bei Pendelbahnen, ferner bei Bahnen mit sehr unregelmäßiger Wagenfolge und größeren Betriebspausen, in welchen die Bahn gänzlich oder größtenteils von den Seilbahnwagen freigemacht („abgefahren") wird — ist tatsächlich mit $H = 1{\cdot}25\,G$ und der Leerseillinie als Talkurve zu konstruieren. Manche Konstrukteure nehmen sogar $H = 1{\cdot}50\,G$ zur vollständigen Sicherheit gegen Abheben des Seiles, was aber wohl nur in Gegenden mit heftigen Stürmen wirklich anzuraten ist.

Die so ermittelte Talkurve unterscheidet sich aber dann sehr wesentlich von der „belasteten Seillinie", die sich während der Betriebszeit der Bahn einstellt und daher die wirkliche Lage des Seiles zur Zeit seiner stärksten Beanspruchung darstellt. Diese belastete Seillinie, welche aus den Elementen

$$H = G$$
$$q = g + g_1 + \frac{Q + W}{w}$$

abzuleiten ist, wird dann auf den nach der „Talkurve" $\left(C^{\text{leer}}_{1{\cdot}25\,G}\right)$ projektierten Stützpunkten sehr große Knickwinkel bilden, was nach früherem große Seilbeanspruchung gibt oder zur Einschaltung (Vermehrung) von Stützen führt. Die Parameter der beiden Seilkurven sind eben sehr verschieden:

$$C^{\text{leer}}_{1{\cdot}25\,G} = \frac{1{\cdot}25\,G}{g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (125)$$

$$C^{\text{Last}} = \frac{G}{g + g_1 + \frac{Q + W}{w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (126)$$

Um daher bei ständig befahrenen Bahnen, die nur ganz ausnahmsweise gänzlich von den Verkehrslasten freigemacht werden, in bezug auf die Knickwinkel günstigere Verhältnisse zu bekommen, wählt man für die Kennzeichnung der Talkurve zur Bestimmung der Höhenlage der Stützen nicht die absolute Leerseillinie, sondern bloß eine etwas entlastete und überspannte Seilkurve mit nachstehenden Größen:

$$q = g + g_1 + \frac{W}{1{\cdot}5\,w}$$
$$H = 1{\cdot}25 \text{ bis } 1{\cdot}50\,G$$
$$C = \frac{1{\cdot}50\,G}{g + g_1 + \frac{W}{1{\cdot}5\,w}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (127)$$

Solches entspricht einer mit leeren Gehängen in vergrößerte Wagenfolge befahrenen Seilbahn, wobei man zur Sicherheit noch 25 bis 50% Überspannung der Seilzugkraft einführt. Natürlich muß bei Bahnen, die nach diesen Grundlagen entworfen wurden, dafür gesorgt werden, daß diese auch während des Betriebes eingehalten werden. Man muß deshalb durch strenge Betriebsvorschriften und genaue Aufklärung der Betriebsmannschaft in der Tat dafür

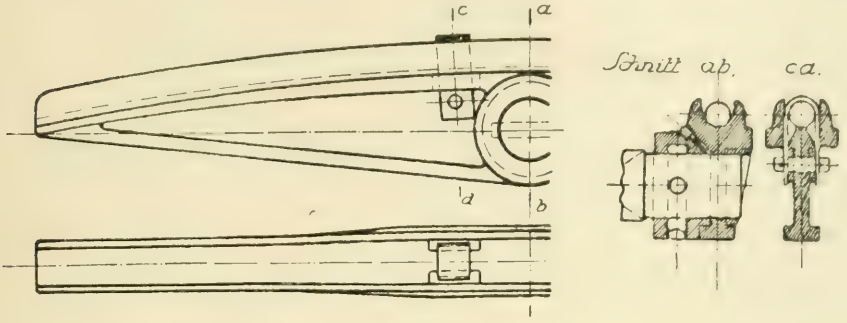


Abb. 92.

sorgen, daß eine gänzliche Entlastung des Tragseiles nicht unvorhergesehen eintritt. Gewöhnlich geschieht das dadurch, daß die Zahl der in den Endstationen zur Beladung oder Entleerung befindlichen Wagen auf ein kleines Maß beschränkt wird, so daß sich der Rest der Gehänge auf der Strecke befinden muß. Ferner ist das Betriebspersonal genauestens zu unterweisen, daß es den Bewegungen des Spanngewichtes, wodurch sich die Abnahme der Verkehrslast auf der Strecke zeigt, Aufmerksamkeit zuzuwenden hat. Man kann auch durch Signaleinrichtungen in diesem Belang die Beobachtung der Spanngewichtsstellung erleichtern.

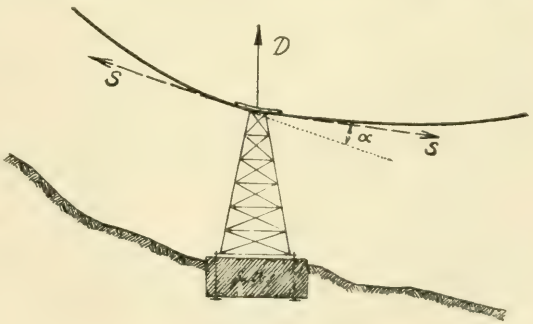


Abb. 93.

Ein stets durch das Zugseil und einige leere Wagen belastetes Tragseil bietet ja auch an und für sich durch seine Belastung eine größere Sicherheit gegen das Abheben durch Seitenwind, Seilschwingungen usw. Um jedoch für außergewöhnliche Fälle gegen das Abheben des Seiles durch irgend welche Einflüsse gesichert zu sein,

wendet man manchmal Seilschuhe mit „Zwangskappen“, „Niederhalten“ (Abb. 92) an.

Die Verwendung solcher Niederhaltbügel für die Festlegung der Seillinie selbst kann aber nicht empfohlen werden, trotzdem dies manchmal zur Ersparung an Stützenhöhe geschieht.

Bei breiten und tiefen Tälern wird man jedoch mit negativen Knickwinkeln rechnen müssen. An solchen Stützen entstehen dann statt Auflagerdrücken „Auftriebe“ (Abb. 93). Hier muß man eigene Niederhaltschuhe anordnen, die im Wesen umgekehrt liegende Seilschuhe sind. Der Auftrieb muß durch das Gewicht des Fundamentes mittels starker Ankerschrauben ausgeglichen werden.

C. Beispiel zur Erläuterung der Benützung der Tafel I und II für das Einlegen von Seillinien und Bestimmung der maßgebenden Größen.

Zwei Stützpunkte (1) und (2) einer Seilbahn — etwa die Randpunkte einer größeren Schlucht, die also von vornherein ziemlich fest-

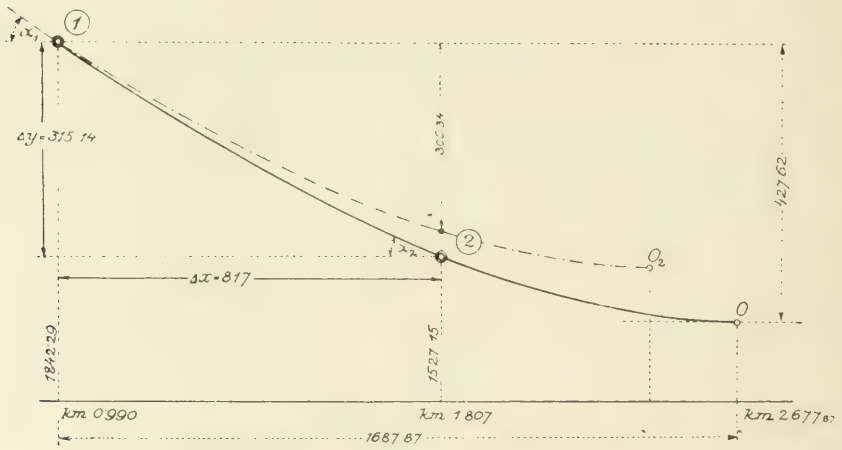


Abb. 94.

zuhalten sein werden — seien durch ihre Meereshöhen (Koten) und ihre gegenseitige Entfernung (Kilometrierung) gegeben:

$$(1)\ \begin{cases} \text{Höhe } 1842{\cdot}29\,m \\ km\ \ 0{\cdot}9 + 90\,m \end{cases}$$

$$(2)\ \begin{cases} \text{Höhe } 1527{\cdot}15\,m \\ km\ \ 1{\cdot}8 + 07\,m. \end{cases}$$

Ihr wagrechter Abstand (l) beträgt demgemäß 817 m, ihr Höhenunterschied (h) 315·14 m. Tragseilgewicht = 2 kg für 1 laufenden Meter, Spanngewicht $G = 6800\,kg$.

Es soll die Leerseillinie mit Hilfe der Zahlentafel (II) für die Kettenlinienform gezeichnet und die Winkelwerte an den Stützen bestimmt werden.

Zunächst wird eine Annäherungsrechnung mit der Annahme der Seillinie als Parabel durchgeführt, um die beiläufige Größe der Tangentenwinkel α_1 und α_2 zu finden. Auf Grund der Abb. 95, welche ein zwischen den beiden Stützen A und B gespanntes Seilfeld darstellt, ergibt sich mit Berücksichtigung der im Abschnitt II B, unter a und b dargestellten Erkenntnisse:

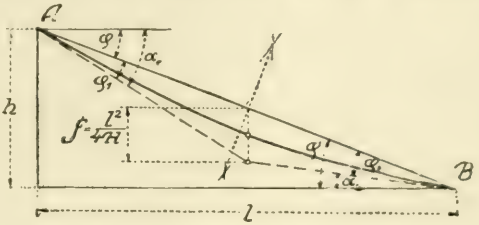


Abb. 95.

$$\sphericalangle \alpha_1 = \varphi + \varphi_1$$
$$\sphericalangle \alpha_2 = \varphi - \varphi_2,$$

wobei φ der Winkel der geradlinigen Verbindung der beiden Stützpunkte A und B gegen die Wagrechte ist.

Die Winkel φ_1 und φ_2, welche für die erste Annäherung als gleich groß angenommen werden können, können näherungsweise durch ihr Tangentenmaß berechnet werden.

$$\varphi_1 \doteq \varphi_2 \doteq f : \frac{l}{2} = \frac{q\,l^2}{4\,H} : \frac{l}{2} = \frac{q\,l}{2\,H}.$$

Mit $H = q \,.\, c$ (c = Parameter der Kettenlinie)

ist:
$$\varphi_1 \doteq \varphi_2 \doteq \frac{l}{2\,c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (128)$$

Der Parameter c der Kettenlinie bestimmt sich, nach Abschnitt II B, Gleichung (36), als Länge eines Seiles, dessen Gewicht gleich der Horizontalzugkraft H ist. Letztere ist zunächst gleich dem Spanngewicht G anzunehmen.

$$c = H : q = G : q$$
$$c = 6800\,kg : 2\,kg/m = 3400\,m$$
$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{h}{2\,.\,3400} = 817 : 6800 \doteq 0{\cdot}120 \doteq 12\,\%$$
$$\operatorname{tg} \varphi \doteq 315 : 817 \doteq 38{\cdot}5\,\%$$
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = (38{\cdot}5 + 12{\cdot}0)\,\% = 50{\cdot}5\,\%$$
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = (38{\cdot}5 - 12{\cdot}0)\,\% = 26{\cdot}5\,\%.$$

Will man α_1 und α_2 im Gradmaß ausdrücken, so kann man dies ebenfalls mittels Tafel II bewirken, da diese in der Spalte „$\operatorname{tg} \alpha = \frac{s}{c}$“ die Tangenten für die angegebenen Höhenwinkel zeigt. Wir hätten also für die erste Annahme

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0{\cdot}505 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \alpha_1 \doteq 26^0\,50'$$
$$\operatorname{tg} \alpha_2 = 0{\cdot}265 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \alpha_2 \doteq 14^0\,50'.$$

Es handelt sich also um ein Stück einer Kettenlinie vom Parameter 3400 zwischen zwei Punkten A und B, in denen die Neigungstangenten beiläufig die Steigungswinkel $\alpha_1 = 26^0\,50'$ und $\alpha_2 = 14^0\,50'$ haben.

Um nun zu erproben, inwieweit die erste annähernde Annahme stimmt, wird ebenfalls mit der Tafel II nachfolgende Rechnung ausgeführt:

Für $\alpha_1 = 26^0\,50'$: $\frac{x}{c} = 0{\cdot}4865$ $\quad x_1 = 0{\cdot}4865 \times 3400 = 1654{\cdot}10$

$\frac{y-c}{c} = 0{\cdot}1207$ $\quad y_1 - c = 0{\cdot}1207 \times 3400 = 410{\cdot}38$

$x_2 = x_1 - l = 1654{\cdot}10 - 817{\cdot}0 = 837{\cdot}1$, was beim Parameter 3400 einem Wert $\frac{x}{c} = 837{\cdot}1 : 3400 = 0{\cdot}246$, somit einem $\alpha_2 = 14^0\,0'$ entspräche und ein $y_2 - c = 0{\cdot}0306 \times 3400 = 104{\cdot}04$ ergäbe.

$$y_1 - y_2 = 410{\cdot}38 - 104{\cdot}04 = 306{\cdot}34 < h = 315{\cdot}14.$$

Letzteres besagt soviel, als daß wir mit der ersten Annahme eine Kettenlinie getroffen haben, die auf 817 m Längenunterschied bloß 306·34 m Höhenunterschied zweier Punkte aufweist, somit zu flach ist. Diese Linie würde ungefähr der Linie (1) $-O_2$ (Abb. 94) entsprechen.

Verschieben wir aber den Scheitel der Kettenlinie nach rechts, so daß wir in den steileren Ast derselben gelangen, so werden wir schließlich jene Lage derselben finden können, die auf $l = 817\,m$ Längenunterschied, erreichbar genau 315·14 m Höhenabstand ergibt.

Bei einiger Übung wird man aus der Größe des Fehlbetrages von $y_1 - y_2$ gegen h bald herausfinden, um wieviel man die Kettenlinie zu verschieben hat. Das hier rechnerisch durchgeführte Verfahren entspricht dem Hineinpassen einer etwa auf Pauspapier vorgezeichneten Kurve in das durch die beiden Punkte (1) und (2) gegebene Seilfeld.

Für $\alpha_1 = 27^0\,20'$ ist zunächst:

$$\frac{x}{c} = 0{\cdot}4963 \qquad x_1 = 0{\cdot}4963 \times 3400 = 1687{\cdot}42$$

$$\frac{y-c}{c} = 0{\cdot}1257 \qquad y_1 - c = 0{\cdot}1257 \times 3400 = 427{\cdot}38.$$

Untersuchen wir, ob die zugehörige Höhenlage für einen 817·0 m weiter rechts gelegenen Punkt der Kettenlinie dem Punkt (2) entspricht:

$$x_2 = 1687{\cdot}42 - 817{\cdot}0 = 870{\cdot}42$$

$$\frac{x_2}{c} = 870{\cdot}42 : 3400 = 0{\cdot}2560 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \alpha_2 = 14^0\,30{\cdot}06'$$

$$\frac{y_2 - c}{c} = 0{\cdot}03304 \qquad y_2 - c = 112{\cdot}33$$

$$h = y_1 - y_2 = 427{\cdot}38 - 112{\cdot}33 = 315{\cdot}05.$$

Dies entspricht schon sehr nahe der wirklichen Höhendifferenz $h = 315{\cdot}14$. Zur Überprüfung des Ergebnisses könnte noch die Rechnung mit dem etwas vergrößerten Winkel $\alpha_1 = 27^0\,20{\cdot}5'$ durchführen.

$\alpha_1 = 27^0\,20{\cdot}5'$

$\frac{x}{c} = 0{\cdot}4963$

17

$0{\cdot}49647 \qquad x_1 = 0{\cdot}49647 \times 3400 = 1687{\cdot}998 \quad 1688{\cdot}00$

$\frac{y_1 - c}{c} = 0{\cdot}12579 \qquad y_1 - c = 0{\cdot}12579 \times 3400 = 427{\cdot}686 \quad 427{\cdot}69$

$1688{\cdot}0 - 817{\cdot}0 = 871{\cdot}0 = x_2$

$871{\cdot}00 : 3400 = 0{\cdot}25617 \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad \alpha_2 = 14^0\,31{\cdot}2'$

$\frac{x}{c} = 0{\cdot}25617 \qquad \frac{y - c}{c} = 0{\cdot}03308 \qquad y_2 - c = 112{\cdot}47$

$h = y_1 - y_2 = 427{\cdot}69 - 112{\cdot}47 = 315{\cdot}22.$

Man sieht, daß dies einen etwas zu großen Höhenunterschied gibt. Die richtigen Winkelgrößen sind somit mit

$$\alpha_1 = 27^0\,20{\cdot}4' \qquad\qquad \alpha_2 = 14^0\,31{\cdot}1'$$

anzunehmen. Der Scheitelpunkt O der Kettenlinie liegt $0{\cdot}496432 \times 3400 = 1687{\cdot}87\,m$ rechts vom Punkt (1), somit bei $km\ 0{\cdot}990 + 1687{\cdot}87 = 2677{\cdot}87 = km\ 2{\cdot}6 + 77{\cdot}87$. Die Höhe ($\Delta h$) des Punktes (1) über dem Kurvenscheitel O ist $0{\cdot}12577 \times 3400 = 427{\cdot}62$. Die Bogenlänge (1) — O = $1757{\cdot}97\,m$.

Es sei hier ausdrücklich erwähnt, daß die Berechnung hier nur deshalb so genau durchgeführt wurde, um zu zeigen, daß man dies in wichtigen Fällen mit Hilfe der Tafel II tatsächlich soweit durchführen kann, bis man die Höhenlage der einzelnen Punkte auf Zentimeter angeben kann. Für die Praxis wird es jedoch meistens genügen, mit einer ersten Annäherung zu arbeiten, wodurch die Rechenarbeit in kürzester Zeit geleistet werden kann. Das Näherungsverfahren wird darin bestehen, lediglich ein Kurvenstück der Kettenlinie auszusuchen, welches beiläufig die Krümmung und die Neigungswinkel (α_1 und α_2) zeigt, wie sie sich im vorliegenden Fall wirklich ergeben würden. Dieses Kurvenstück reduziert man nach dem Ähnlichkeitsgesetz derart, daß seine Endpunkte genau mit den beiden gegebenen Punkten (1) und (2) zusammenfallen und erhält dadurch sofort eine der wirklichen Kettenlinie sehr nahe gleichkommende Linie und in gleicher Weise alle erforderlichen Abmessungen derselben (z. B. die Länge).

Das nachfolgende Beispiel wird dies sofort zeigen:

Nehmen wir dem bereits genau berechneten Fall der Stützen (1) und (2) entsprechend ein Kettenlinienstück an, welches zwischen den in den Tafeln enthaltenen Werten von

$$\alpha_1 = 27^0\,20', \qquad \alpha_2 = 14^0\,30'$$

gelegen ist, da diese Winkelwerte beiläufig entsprechen werden. So sind die zu diesem Kurvenstück (Parameter c) Abszissen- und Ordinatenunterschiede (l_a und h_a) wie folgt bestimmbar:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0{\cdot}4963 \times 3400 = 1687{\cdot}42 \\ x_2 &= 0{\cdot}2558 \times 3400 \\ \hline l_a = x_1 - x_2 &= 0{\cdot}2405 \times 3400 = 817{\cdot}70 \\ y_1 &= 0{\cdot}1257 \times 3400 = 427{\cdot}38 \\ y_2 &= 0{\cdot}0330 \times 3400 \\ \hline h_a = y_1 - y_2 &= 0{\cdot}0927 \times 3400 = 315{\cdot}18 \\ s_1 &= 0{\cdot}5169 \times 3400 = 1757{\cdot}46 \\ s_2 &= 0{\cdot}2586 \times 3400 = 879{\cdot}24 \\ \hline s_a = s_1 - s_2 &= 0{\cdot}2583 \times 3400 = 878{\cdot}22. \end{aligned}$$

Wir haben also ein angenommenes Kettenlinienstück von 878·22 m Bogenlänge, dessen Endpunkte bei einem Abszissenunterschied $l_a = 817{\cdot}70$

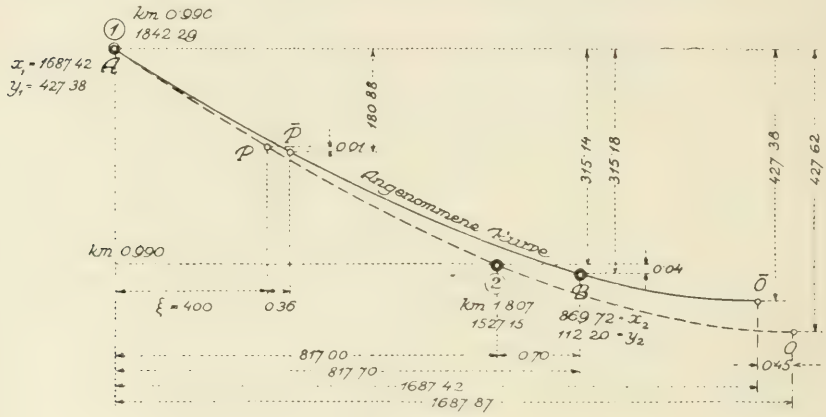


Abb. 96.

eine Höhendifferenz h_a von 315·18 m zeigen. Dies entspricht nur beiläufig unserem Fall, bei dem der Abszissenunterschied $l = 817{\cdot}00\,m$, der Höhenunterschied h aber $= 315{\cdot}14\,m$ ist. Die angenommene Kurve ist anscheinend etwas zu flach (Abb. 96).

Bestimmen wir, um wieviel diese Kurve im Sinne der Abszissen und Ordinaten zu verändern ist, so ergibt sich

817·70	315·18
817·00	315·14
$\Delta_x = -0{\cdot}70$	$\Delta_y = -0{\cdot}04$

Da es sich um flache Kurven mit überwiegender Längenausdehnung (Abszissen) handelt, so kann die Reduktion nach dem Verhältnis der Abszissen wie folgt vorgenommen werden:

$$\frac{\Delta_x}{l} = \frac{0{\cdot}70}{817{\cdot}0} = 0{\cdot}0009.$$

Für die beiden angenommenen Winkel

$$\alpha_1 = 27^\circ 20' \text{ und } \alpha_2 = 14^\circ 30' \text{ ist}$$

$$\frac{x_1}{c} = 0{\cdot}4963 \qquad x_1 = 1687{\cdot}42$$

$$\frac{y_1 - c}{c} = 0{\cdot}1257 \qquad y_1 - c = 427{\cdot}38$$

$$\frac{x_2}{c} = 0{\cdot}2558 \qquad x_2 = 869{\cdot}72$$

$$\frac{y_2 - c}{c} = 0{\cdot}0330 \qquad y_2 - c = 112{\cdot}20.$$

Um einen auf der richtigen Kurve 400 *m* rechts von (1) liegenden Punkt (*P*) zu bestimmen, müssen wir den ihm entsprechenden (*P*) auf dem angenommenen (längeren) Kettenlinienstück berechnen. Die Abszisse des Punktes (*P*) wird $400 + 0{\cdot}0009 \times 400 = 400{\cdot}36$ betragen.

Sein $\frac{x}{c}$ wird somit um $(400{\cdot}36 : 3400) = 0{\cdot}11774$ kleiner sein müssen als $\frac{x}{c} = 0{\cdot}4963$, d. i. . . . . 0·3786, was einem Neigungswinkel von 21° 12′ entspricht und ein $\frac{y - c}{c} = 0{\cdot}0725$ ergibt. Das zugehörige $(y - c)$ ist dann 246·50.

Der Unterschied dieser Zahl gegen $(y_1 - c) = 427{\cdot}38$, d. i. 180·88 gibt an, wieviel der entsprechende Punkt (*P*) in der angenommenen Kurve tiefer liegt als (1).

Wir müssen noch eine Verbesserung an der Höhe anbringen, um zum Höhenunterschied von *A* und dem wirklichen Punkt *P* zu kommen, und zwar

$$0{\cdot}04 \times 0{\cdot}0009 \times 400 = 0{\cdot}014\ m = 1\ cm.$$

Der gesuchte Punkt (*P*) liegt daher (siehe auch Abb. 96) um $180{\cdot}88 - 0{\cdot}01 = 180{\cdot}87$ tiefer als (*A*), hat somit die Höhenzahl $1842{\cdot}29 - 180{\cdot}87 = 1661{\cdot}42$ und die Stationierung *km* 1·390.

Um dieses Ergebnis zu überprüfen, kann die genaue Rechnung mit den im vorstehenden bereits ermittelten genauen Winkelwerten $\alpha_1 = 27^\circ 20{\cdot}4'$ und $\alpha_2 = 14^\circ 31{\cdot}1'$ durchgeführt werden.

Soll ein Punkt auf der Kettenlinie vom Parameter 3400 gesucht werden, der 400 *m* rechts von (1) liegt, so muß sein $\frac{\xi}{c}$ um $(400 : 3400) = 0{\cdot}11764$ kleiner sein als das $\frac{x_1}{c}$ des Punktes (1).

$$\frac{x_1}{c} = 0{\cdot}4963 \qquad \frac{\xi}{c} = 0{\cdot}49643 - 0{\cdot}11764 = 0{\cdot}37879.$$
$$132$$
$$0{\cdot}496432$$

Zu diesem $\frac{\xi}{c}$ gehört ein Winkel $\alpha = 21^0\,12{\cdot}1'$ und ein $\frac{\eta - c}{c} = 0{\cdot}072573$,

$$(\eta - c) = 0{\cdot}072573 \times 3400 = 246{\cdot}748$$
$$(y_1 - c) = 0{\cdot}12577 \times 3400 = 427{\cdot}618$$
$$y_1 - \eta = 180{\cdot}87.$$

Der Höhenunterschied zwischen (1) und P ergibt sich somit mit 180·87, genau wie durch die frühere Näherungsberechnung, die sehr genaue Übereinstimmung herstellt, wenn das angenommene — zwischen in der Tafel II enthaltenen Winkelwerten α_1 und α_2 gelegene — Kettenlinienstück annähernd (bis auf 10′) die gleichen Winkelgrößen aufweist wie die Wirklichkeit, was durch „Eingrenzen“ leicht zu erzielen ist.

Insbesonders erweist sich die Näherungsrechnung als gut geeignet für die Bestimmung der Bogenlänge (Seillänge), die für die Bewegung des Spanngewichtes und für die Größe der Stützendrücke von Wichtigkeit ist.

Hätten wir in Vorstehendem 878·22 m als Länge A bis B des angenommenen Kurvenstückes, so ist die tatsächliche Länge des Seilstückes zwischen Stütze (1) und (2) durch die angedeutete Reduktion zu finden.

$$L = 878{\cdot}22 - 0{\cdot}0009 \times 817{\cdot}0 =$$
$$L = 878{\cdot}22 - 0{\cdot}73 = 877{\cdot}49 = 877{\cdot}5.$$

Die Länge des restlichen Stückes der Kettenlinie (2) — O erhält man als die dem Neigungswinkel $\alpha_2 = 14^0\,31{\cdot}1'$ entsprechende Bogengröße $\frac{s}{c}$ aus der Tafel

$$\frac{s}{c} = 0{\cdot}2586$$
$$34$$
$$0{\cdot}25894 \ldots\ s = 0{\cdot}25894 \times 3400 = 880{\cdot}40\ m$$

Ist die für einen bestimmten Belastungsfall zutreffende Seilkurve mit hinlänglicher Genauigkeit nach vorstehendem bestimmt, so ergeben sich außer den bereits vorstehend ermittelten Neigungswinkeln α_1 und α_2 auch sofort die lotrechten Teilkräfte V_1 und V_2 der vom Seilfelde I II (Abb. 97 und 98) verursachten Auflagerdrücke.

Nach der Theorie der Kettenlinie ist (p = Belastung des Seiles auf die Längeneinheit bezogen) in Abb. 97

$$V_1 = l_1 \cdot p$$
$$V_2 = l_2 \cdot p.$$

Hiebei ist l_1 vom betreffenden Stützpunkt (I) bis zum Scheitel (O) der Kettenlinie zu zählen.

Im Fall der Abb. 98 ist

$$V_1 = l_1 \cdot p$$
$$V_2 = -l_2 \cdot p.$$

Für unser Beispiel ist somit bei Stütze (1) . . . $p = 2\,kg/m$

$$V_1 = 3515{\cdot}94\,kg = 1757{\cdot}97 \times 2\,kg$$
$$H = 6800{\cdot}00\,kg$$
$$V_1 : H = 3515{\cdot}94 : 6800 = 0{\cdot}51705 = \operatorname{tg} \alpha_1 \ldots . \alpha_1 = 27^0\,20{\cdot}4'$$
$$S_1 = H + \Delta h = 6800 + 427{\cdot}62 = 7227{\cdot}62\,kg.$$

Stütze (2) erhält als Wirkung des Feldes (1) — (2) eine Teilkraft V_2 die als Auftrieb nach aufwärts wirkt von der Größe

$$880{\cdot}40 \times 2\,kg = 1760{\cdot}80\,kg.$$

Um die gesamte auf eine Stütze entfallende lotrechte Last zu ermitteln, muß man die Einflüsse beider anstoßender Nachbarfelder zusammensetzen.

Jedenfalls lassen sich alle im Seilbahnbau nötigen Berechnungen ohne besondere Schwierigkeit und mit hinreichender Genauigkeit nach

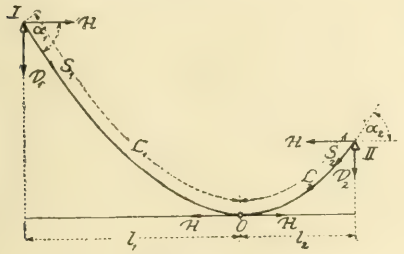


Abb. 97.

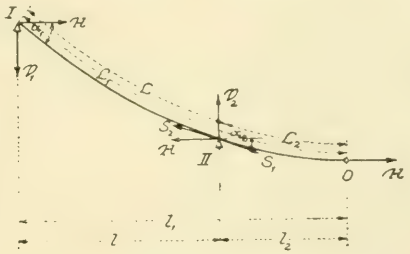


Abb. 98.

dem hier angegebenen Verfahren vollkommen theoretisch richtig ermitteln. In der Regel wird die Ausführung der Ziffernrechnung mit dem Rechenschieber genügen, da man sich vor Augen halten muß, daß man wegen der Unsicherheit bezüglich der Größe der Reibung an den Stützen, den wirklichen Betrag der Horizontalspannkraft H nicht genau kennen wird. Die jeweilig ungünstigsten Annahmen geben auch hier eine sichere Berechnung.

Die Tafel I wird lediglich zur Bestimmung des Parameters c bei vorgezeichneten Kettenlinien in vorhandenen Plänen oder dgl. zu benützen sein. Man bestimmt nach dem durch Abgreifen auf der Zeichnung zu ermittelnden Verhältnis der Koordinaten eines Punktes (x und $y - c$) den Neigungswinkel (α) der Tangente in demselben. Mittels dieses Winkels α kann man sodann aus der Tafel II den Parameter c durch

Vergleich des abgegriffenen x oder $y - c$ mit dem in der Tafel enthaltenen Werte finden.

Wie schon im Abschnitt II (B_8) erwähnt wurde, kann mit Vorteil jeweils die Rechnung unter Annahme der Seillinie als Kettenlinie oder als Parabel erfolgen, wenn es einfacher durchführbar ist. So wird man z. B. die Knickwinkel an den Stützen und die Seillänge für den notwendigen Bewegungsraum des Spanngewichtes aus der Kettenlinie, die Höhenlage der Stützpunkte aber aus der Parabelgleichung berechnen. Einer unbedingten Verwendung der Kettenlinie als Seillinie im Seilbahnbau soll aber hiemit keinesfalls das Wort geredet werden, doch erscheint sie zur Entwicklung der richtigen Beziehungen anschaulicher. Der in der Praxis stehende Ingenieur wird sich aber aus dem Vorstehenden eine für seine Fälle passende Methode zurechtlegen können.

V. Das Zugseil.

A. Beanspruchung des Zugseiles.

Zum Fortbewegen der Gehänge für die Lasten wird in der Regel ein in sich geschlossenes (endloses) Zugseil verwendet, an das die einzelnen Seilbahnwagen mittels Klemmvorrichtungen befestigt werden. Diese sind heute fast allgemein selbsttätig (automatisch), d. h. sie werden durch eine sinnreiche Einrichtung beim Einlauf durch die Wagenbewegung selbst geschlossen, hingegen beim Auslauf in ähnlicher Weise

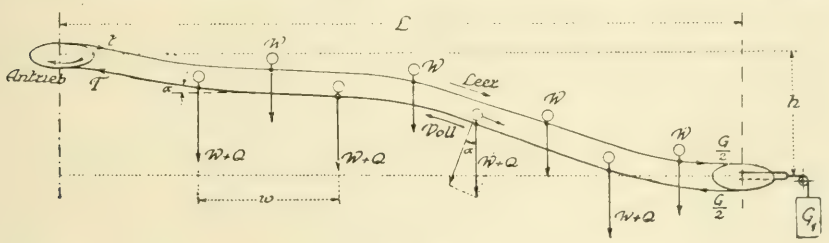


Abb. 99.

geöffnet. Bei Pendelbahnen sind die Seilbahnwagen mit dem Zugseil fest verbunden.

Die allgemeine Anordnung des Zugseiles zeigt schematisch die Abb. 99.

Im folgenden bedeutet:

W = das Gewicht des leeren Seilbahnwagens (Fördergefäßes) samt seinem Laufwerke;

Q = die zu fördernde Last eines jeden Wagens,

w = die Entfernung der Wagen,

g_1 = das Eigengewicht des Zugseiles (für den laufenden Meter),

G_1 = das Spanngewicht des Zugseiles.

Für den Kraftbedarf ist es meistens am günstigsten, wenn die Antriebsseilscheibe in der oberen Station angeordnet ist, doch kommt auch die Verlegung der Antriebsmaschine in die untere Station in Betracht, wenn dies wegen der Wartung der ersteren vorteilhaft erscheint.

Je nachdem die Lasten bergwärts oder talwärts zu fördern sind, unterscheidet man daher 4 Fälle:

Antrieb oben { Bergförderung 1
Talförderung 2

Antrieb unten { Bergförderung 3
Talförderung 4

Schließlich gibt es auch Anlagen, wo Berg- und Talförderung abwechselt oder gleichzeitig vorkommt.

Die Zugkraft (T), die das auflaufende Zugseil im Fall 1, der der Abb. 99 entspricht, auszuhalten hat, rechnet sich wie folgt:

1. Die Teilkraft des Eigengewichtes des Zugseiles entgegengesetzt der Bewegungsrichtung des letzteren:

$$\mathfrak{z} = \sum_{o}^{L} g_1 \,(dL) \,.\, \sin\alpha = g_1 \,.\, h.$$

2. Teilkräfte, herrührend von den belasteten Wagen:

$$\mathfrak{W} = \sum_{o}^{L} \frac{W+Q}{w} \,.\, dL \,.\, \sin\alpha = \frac{W+Q}{w} \,.\, h^{*}).$$

3. Reibungswiderstände des Laufwerkes (Zapfenreibung der Laufwerksrollen und rollende Reibung derselben).

Bezeichnen wir die Reibungszahl für die gesamten Bewegungswiderstände des Laufwerkes mit f, wobei f für neue Bahnen $= 0{\cdot}02$, für eingelaufene $0{\cdot}01$ gesetzt werden kann, so ist

$$\mathfrak{R} = \left(g_1 + \frac{W+Q}{w}\right) L \,.\, f,$$

da man $L \,.\, f$ in bekannter Weise als „Reibungshöhe“ (h_r) des Laufwiderstandes auffassen kann

$$\mathfrak{R} = \left(g_1 + \frac{W+Q}{w}\right) \,.\, h_r.$$

4. Wirkung des Zugseilspanngewichtes G_1.

Damit auch die untersten Teile des Zugseiles entsprechend gespannt sind und nicht zuviel durchhängen, ferner um die Seilspannungen überhaupt so zu regeln, daß die erforderliche Umfangskraft Gleichung (136) vorhanden ist, verwendet man ein Zugseilspanngewicht (meist nur von 500 bis 1000 kg), wovon die Hälfte $\left(\frac{G_1}{2}\right)$ als Seilzug in beiden Zugseiltrumen wirksam wird.

---

*) Streng genommen ist diese Berechnung nur bei kleineren Wagenentfernungen (w) und größerer Länge L der ganzen Seilbahn zulässig. Bei Pendelbahnen müßte z. B $(W + Q) \sin\alpha_1$ für die ungünstigste Laststellung berechnet werden.

Im ganzen ist sonach

$$T = \left(g_1 + \frac{W+Q}{w}\right)(h + h_r) + \frac{G_1}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (129)$$

Ähnlich setzt sich die Zugkraft im ablaufenden Zugseiltrum zusammen; nur wirkt die Reibungsteilkraft hier verkleinernd auf die nach abwärts ziehenden Kräfte. Im Regelfalle verkehren auf der Leerseite nur leere Wagen.

$$t = \left(g_1 + \frac{W}{w}\right)(h - h_r) + \frac{G_1}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (130)$$

Der Unterschied (U_b) der beiden nach abwärts wirkenden Zugkräfte (T, t) ist durch die Umfangskraft des Antriebrades (Seilscheibe) auszugleichen (Bergförderung).

$$U_b = T - t = \frac{Q}{w}(h + h_r) + 2\left(g_1 + \frac{W}{w}\right)h_r \quad . \quad . \quad . \quad (131)$$

$$U_b = \frac{Q}{w} . h + h_r\left(\frac{Q}{w} + 2g_1 + \frac{2W}{w}\right) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

Die Umfangskraft setzt sich also aus dem Glied $\frac{Q}{w} . h$, welches die Förderung der Nutzlast darstellt und dem Ausdruck $h_1\left(\frac{Q}{w} + 2g_1 + \frac{2W}{w}\right)$, welcher die Reibungswiderstände — von einer Nutzlastseite, zwei Zugseil-Eigengewichten, zwei Leerwagenstrecken — versinnbildlicht, zusammen.

Folgerichtig ergibt sich die Zugkraft für Talförderung durch eine Kraft, die ebenfalls die Reibungswiderstände in gleichem Ausmaß zu überwinden hat, weniger dem durch die Nutzlast selbst ausgeübten Zug nach abwärts.

$$U_t = h_r\left(\frac{Q}{w} + 2g_1 + \frac{2W}{w}\right) - \frac{Q}{w} . h \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

Die Gleichungen für U_b und U_t, Gleichung (132) und (133), gelten für den Zustand gleichförmiger Bewegung bei ununterbrochener Förderung. Für das Anfahren der Bahn ist U noch um die sogenannte Beschleunigungskraft (Beschleunigungswiderstand aller bewegten Massen wie Gehänge, Laufwerk, Nutzlast und Zugseil) zu vermehren. Nach den Grundgleichungen der Mechanik ist die Beschleunigung (p) der fortschreitenden Bewegung:

$$p = \frac{dv}{dt}.$$

Die Beschleunigungskraft, die ähnlich wie die anderen Widerstände, dem Gewichte (G) verhältnisgleich angesetzt werden kann:

$$B = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot g \cdot \frac{p}{g} = G \cdot \gamma$$

$$\gamma = \frac{p}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (134)$$

Der Beschleunigungswiderstand (γ) für die Gewichtseinheit (kg) ist gleich der Beschleunigung (p) in m/sec durch die Beschleunigung der Schwere ($g = 9{\cdot}81 \doteq 10$).

Die Zugseilspannungen in den vier vorerwähnten Fällen bei Berg- oder Talförderung und Anordnung des Antriebes in der oberen oder unteren Station ergeben sich unter Zuhilfenahme der entsprechenden Abbildungen wie folgt:

Antrieb oben, Bergförderung (Abb. 100).

$$T = \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r + \frac{G_1}{2}$$

$$t = \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h - \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h_r + \frac{G_1}{2}$$

$$S_1 = \frac{G_1}{2}$$

$$S_2 = \frac{G_1}{2}$$

$$U_b = T - t = \overbrace{\frac{Q}{w} h}^{\text{Last}} + \overbrace{h_r \left(\frac{Q}{w} + 2\,g_1 + \frac{2\,W}{w}\right)}^{\text{Widerstand}} \quad \ldots \ldots \quad (\text{I})$$

Antrieb oben, Talförderung (Abb. 101).

$$T = \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h_r + \frac{G_1}{2}$$

$$t = \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h - \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r + \frac{G_1}{2}$$

$$S_1 = \frac{G_1}{2}$$

$$S_2 = \frac{G_1}{2}$$

$$U_t = T - t = \overbrace{\left(\frac{Q}{w} + 2\,g_1 + \frac{2\,W}{w}\right) h_r}^{\text{Widerstand}} - \overbrace{\frac{Q}{w} h}^{\text{Last}} \quad \ldots \ldots \quad (\text{II})$$

Während also bei Bergförderung (Antrieb oben) der Motor sowohl den Widerstand des ganzen Systems zu überwinden und die Last zu heben hat, beschränkt sich bei Talförderung die Motorleistung auf den

Unterschied zwischen der zur Überwindung aller Widerstände notwendigen Arbeit und der von der abwärts gehenden Nutzlast bewirkten Leistung. Ist letztere größer als die Widerstandsarbeit, dann muß statt des Antriebes eine Bremsvorrichtung ausgeführt werden (Seilbremsberg).

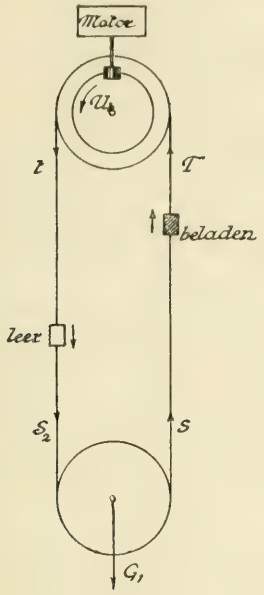


Abb. 100

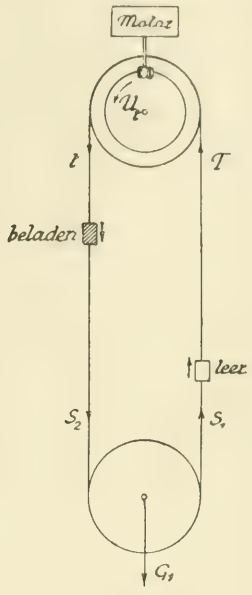


Abb. 101.

Antrieb unten, Bergförderung (Abb. 102).

$$T = \frac{G}{2} + \frac{Q}{w} h + \left(2 g_1 + \frac{2W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r$$

$$t = \frac{G_1}{2}$$

$$S_1 = \frac{G_1}{2} + \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r$$

$$S_2 = \frac{G_1}{2} + \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r$$

$$T - t = U_b' = \underbrace{\frac{Q}{w} h}_{\text{Last}} + \underbrace{\left(2 g_1 + \frac{2W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r}_{\text{Widerstand}} \quad \ldots\ldots \text{(III)}$$

Da die Gleichung (III) mit (I) vollkommen gleichgestaltig ist, zeigt sich, daß auch bei Anordnung des Antriebes in der unteren Station ein größerer Kraftbedarf des Motors nicht besteht; doch ist die Vereinigung von Antrieb- und Spannstation des Zugseiles meist weniger günstig als deren Trennung.

Antrieb unten, Talförderung (Abb. 103).

$$T = \frac{G_1}{2} - \frac{Q}{w} \cdot h + \left(2g_1 + \frac{2W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r$$

$$t = \frac{G_1}{2}$$

$$S_1 = \frac{G_1}{2} + \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h_r$$

$$S_2 = \frac{G_1}{2} + \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h + \left(g_1 + \frac{W}{w}\right) h_r$$

$$T - t = U_t' = \underbrace{\left(2g_1 - \frac{2W}{w} + \frac{Q}{w}\right) h_r}_{\text{Widerstand}} - \underbrace{\frac{Q}{w} h}_{\text{Last}} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(IV)}$$

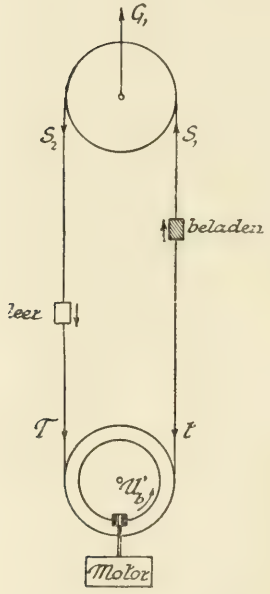


Abb. 102.

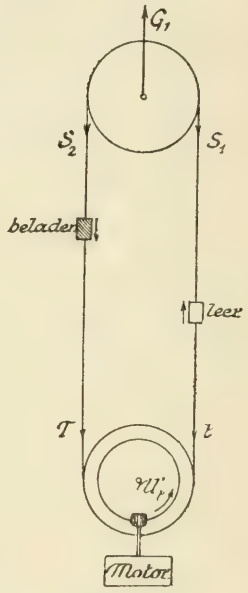


Abb. 103.

Ist die Umfangskraft U bekannt, so ergibt sich die erforderliche Motorleistung N in bekannter Weise durch

$$N^{P.S} = \frac{U \cdot v}{75 \cdot \eta} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(135)}$$

wobei v die Zugseil- oder Fördergeschwindigkeit (meist 1 bis 3 m/sec) und η der Wirkungsgrad des Antriebes ist.

Die Umfangskraft U kann von der Antriebsseilscheibe nur durch die Reibung zwischen Seil und Rille aufgebracht werden. Hiebei bestehen die allgemein bekannten Beziehungen:

$$T = t\, e^{\mu\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (136)$$

$$U = T - t = t\,(e^{\mu\alpha} - 1) = t\,.\,f_1$$

$$f_1 = (e^{\mu\alpha} - 1).$$

Hiebei ist e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen ($e = 2{\cdot}718$), α der vom Seil auf der Antriebsscheibe umschlungene Winkel, welcher meist als Vielfaches von π ausgedrückt wird, μ die Reibungsziffer zwischen Seil und Scheibe, die zwischen 0·1 und 0·2 angegeben. Man verwendet mehrrillige Seilscheiben zur Erzielung größerer Umschlingungswinkel α. Hiebei treten aber bei den gewöhnlichen Anordnungen schädliche Überspannungen*) in einzelnen Seilstücken auf, die man durch Anordnung von Ausgleichsgetrieben**) mit Vorteil beseitigt.

Die Beanspruchung des Zugseiles ist eine zweifache, nämlich reine Zugspannung längs der ganzen Strecke, ferner Zug- mit gleichzeitiger Biegungsbeanspruchung (kann als außermittiger — exzentrischer — Zug aufgefaßt werden) an der Antriebs-, bzw. Umlaufscheibe.

Da die Abmessungen dieser Scheiben aus praktischen Gründen nicht so groß, als eigentlich wünschenswert erscheint, gewählt werden oder werden können, so tritt an ihnen meist Drahtverschiebung im Seil bei Ausgleich der Zug- und Druckspannungen ein, so daß lediglich die Biegungsspannung (b) der einzelnen Drähte nach der schon von Reuleaux aufgestellten Gleichung zu berechnen ist.

$$b = \frac{\delta}{D}\,.\,E \quad \ldots\ldots\ldots \quad (137)$$

wobei δ den Drahtdurchmesser, D den Seilscheibendurchmesser und E die Elastizitätsziffer des Drahtes ($E = 2{,}000.000$ bis $2{,}200.000$) bedeutet.

Die Zugbeanspruchung (z) wird in einfacher Weise als Beanspruchung der Flächeneinheit des Draht- oder Seilquerschnittes gefunden, wobei natürlich die größte vorkommende Zugseilspannkraft (S_{gr}) — am oberen Ende der Lastseite — maßgebend ist.

$$z = \frac{S_{gr}}{i\,.\,\frac{\delta^2\pi}{4}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (138)$$

Ganz streng genommen sollte hier nur ein abgeminderter Seilquerschnitt $= \eta\,.\,i\,.\,\frac{\delta^2\pi}{4}$ eingesetzt werden ($\eta = 0{\cdot}90 - 0{\cdot}95$), da Ver-

*) Vgl. Berg- und Hüttenmännische Zeitschrift 1921, Nr. 17: „Die Zugspannungen an Seil- und Kettenbahnen mit mehreren Treibrillen und ihre Regelung durch den Ausgleicher von Ohnesorge.“ Dipl. Ing. R. Goetze, Bochum.

**) Dipl. Ing. Otto Ohnesorge, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1918, S. 549: „Seil- und Kettenförderungen mit Spannungsausgleich als statisch bestimmte Gebilde.“

suche gezeigt haben, daß die Festigkeit des verseilten Drahtes nicht ganz diejenige des frisch gezogenen, gerade gestreckten erreicht. Immerhin ist aber der Unterschied so gering und wird die Sicherheit aus noch zu erörternden Gründen ziemlich groß (8 bis 10fach) gewählt, so daß hierauf praktisch keine Rücksicht genommen werden braucht.

Damit eben die Drahtverschiebung wirklich in ausreichendem Maße eintreten kann, muß dafür gesorgt werden, daß die innere Reibung (r) nicht zu groß wird, was durch Ermäßigung der Zugspannung (z) bewirkt wird, da nach früherem

$$r = v \,.\, z \operatorname{tg} \omega$$

ist. Tatsächlich wählt man, um das Drahtmaterial noch genügend auszunützen, eine 8 bis 10fache Sicherheit gegen Bruch

$$z = \frac{K_z}{\mathfrak{S}}, \qquad \mathfrak{S} = 8 - 10$$

geht also mit der Seilspannung nicht so hoch wie bei den Tragseilen. Um das v (die Reibungszahl) möglichst klein zu halten, muß das Zugseil reichlich mit dünnflüssigem Fett derart geschmiert werden, daß dasselbe ins Innere eindringt und tatsächlich die gegenseitige Reibung der Drähte vermindert. Eine bloß äußerliche Seilschmierung ist nicht nur zwecklos, sondern wegen der geringen Reibung des Seiles an der Seilscheibe sogar unvorteilhaft.

Es wäre noch darauf zu verweisen, daß theoretisch Seile mit kleinen Flechtwinkeln (ω) für Zugseile geeigneter wären als die in der Regel verwendeten Litzenseile. Letztere wählt man aber aus praktischen, technischen Gründen, da man bei den Antriebszugseilen, wo die Biegungsbeanspruchung eben wegen der theoretisch zu kleinen Seilscheiben stets eine sehr große ist, mit Drahtbrüchen rechnet. Man nimmt sehr viel- — aber dünn-drähtige (Litzen-) Seilbauarten, die dem gebrochenen Draht das vollständige Herausspringen nicht gestatten. Da das endlos umlaufende Zugseil sich in den beiden Endstationen leicht und unausgesetzt beobachten läßt, kann es auch noch mit einer größeren Anzahl von Drahtbrüchen im Betrieb belassen werden. Durch die größere innere Drahtreibung im gespannten Seil*) trägt nämlich selbst jeder gerissene Draht schon nach 1 bis 2 Windungslängen wieder vollständig mit, so daß lediglich die in 2 Windungslängen feststellbaren Drahtbrüche als nichttragender Seilquerschnitt gezählt zu werden brauchen.

Bemerkenswert ist die Tatsache, daß ganz wenig gespannte Zugseile (z. B. Ballastseile oder umlaufende Bremsseile) beim Lauf um

*) Siehe Kroen, „Versuche über die unsichere Drahtlänge bei Drahtbrüchen in Förderseilen". Sonderabdruck aus der Österreichischen Zeitschrift für Berg- und Hüttenwesen 1906, Nr. 9.

die gewöhnlich angewendeten Seilscheiben mehr Drahtbrüche aufweisen und daher früher außer Betrieb gesetzt („abgelegt") werden müssen als gespannte Seile. Dies erklärt sich durch die geringe Steifigkeit dünner Drähte. Nicht gespannte Seile bewirken die Formänderung bei Biegung nach dem Seilscheibendurchmesser durch Stauchung der innen gelegenen Drähte auf der Seildruckseite, wodurch sie geknickt, somit viel stärker beansprucht werden als bei reiner Biegung. Es soll eben soviel Zugspannung im Seil vorhanden sein, daß auch die auf der Druckseite befindlichen Fasern (Drähte) noch etwas gespannt bleiben.

Der Vollständigkeit halber soll nur noch auf die im Seilbahnwesen bekannte Streitfrage eingegangen werden, ob für die Biegungsbeanspruchung b noch ein kleinerer Wert, als sich nach der Reuleauxschen Formel ergibt zu rechnen ist. So wurde seinerzeit für die Biegungsspannung gebogener Drahtseile die Gleichung

$$b = k \cdot \frac{\delta}{D} \cdot E$$

aufgestellt, wobei die Abminderungsziffer (k) mit $^3/_4$ bis $^1/_2$ angegeben wird, um „die in der Praxis herrschenden Verhältnisse mit der theoretischen Formel in Übereinstimmung zu bringen". Diese Abminderungsziffern sind sogar in behördliche Vorschriften aufgenommen worden. Nichtsdestoweniger entbehrt die Einführung solcher Abminderungsziffern jeder theoretischen noch praktischen Grundlage*). Es ist somit richtig nur nach der Reuleauxschen Formel zu rechnen, wenn nicht die Drahtreibung so groß ist, daß überhaupt das Seil als ganzes mit dem Seildurchmesser d der Biegung unterworfen ist.

Nach der Elastizitätstheorie**) ist die Biegungslinie durch ihren jeweiligen Krümmungshalbmesser (ϱ) gekennzeichnet.

$$\varrho = \frac{E \cdot J}{M} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (139)$$

Hiebei ist M das in dem betreffenden Querschnitt herrschende Biegungsmoment, E und J sind die Elastizitätszahl und das Trägheitsmoment eines stabförmigen Körpers.

Erfolgt die Biegung eines Drahtes um eine Rolle vom Halbmesser $\varrho = \frac{D}{2}$ in elastischer Weise, so gilt unbedingt

$$b = \frac{M}{W}, \quad M = b \cdot W,$$

*) Siehe auch: G. Benoit, Professor an der techn. Hochschule in Karlsruhe, „Die Drahtseilfrage". Karlsruhe 1915. Verlag Friedrich Gutsch. Ferner: „Berechnungsweise der Drahtseile" von Dr. Richard Woernle, Verlag Friedrich Gutsch, Karlsruhe.

**) Siehe „Hütte", I. Band, Differentialgleichung der elastischen Linie (S. 532).

wobei W das Widerstandsmoment des Drahtquerschnittes ist. Bei kreisförmigen Querschnitt ist $W = J : \frac{\delta}{2} = \frac{2J}{\delta}$

$$M = \frac{E \cdot J}{\varrho} = \frac{2E \cdot J}{D}$$

$$\frac{2J}{\delta} b = \frac{2EJ}{D}$$

$$b = \frac{\delta}{D} \cdot E.$$

Erfolgt aber die Biegung nicht mehr innerhalb der Elastizitätsgrenze, sondern derart, daß sie bleibende Formänderungen hervorruft, dann kann natürlich obige Rechnung überhaupt nicht mehr angewendet werden. Dann ist aber auch die Beanspruchung des Drahtes ohnehin schon eine so hohe, daß eine baldige Ermüdung des Materials und daher ein Drahtbruch eintreten muß. Solche Verhältnisse sind daher konstruktiv zu vermeiden, denn sie führen schon nach sehr kurzer Zeit zur Zerstörung der Seile.

Die Spannungsverteilung in einem um eine Scheibe gebogenen Draht gibt nachstehende Abb. 104 an.

In dem außerhalb der Seilscheibe befindlichen Teil herrscht nur einfache Zugspannung (z); in dem an die Seiltrommel anliegenden Teil ($\varrho = R$) tritt die Biegungsspannung b zu der Grundspannung z geometrisch hinzu, derart, daß die Gesamtspannung an der gestreckten Drahtfaser $z + b$ beträgt. Zwischen diesen Zonen muß eine Übergangszone liegen, in der sich der Krümmungshalbmesser ϱ von ∞ auf R verkleinert. Es findet also bei elastischem Draht stets ein — wenn auch fast unmerkliches — Abheben des Drahtes von der Trommel an der An- und Ablaufstelle statt. Man kann sich diese Art der Spannungsverteilung am besten durch eine Zug(kraft)-linie versinnlichen, die die auftretenden Gesamtspannungen erzeugt. Diese Zugkraftlinie verläuft in der gebogenen Zone außermittig (exzentrisch).

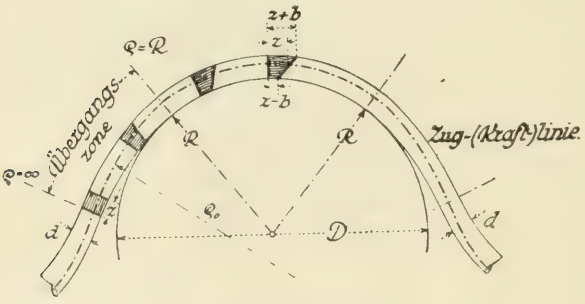


Abb. 104.

Die Übergangszone wird unter sonst gleichen Verhältnissen um so länger sein, je größer das Trägheitsmoment (die Steifigkeit) des Drahtes ist. Ein sehr steifer Draht wird unter Umständen überhaupt nicht elastisch nach einem kleinen Krümmungshalbmesser gebogen werden können.

B. Zeichnerische Ermittlung der Zugkraft für den Betrieb einer Seilbahn.

Unter der Umfangskraft U sei die von der Antriebsscheibe auf das Zugseil zu übertragende Zugkraft, um dieses und die daran hängenden Wagen in gleichförmiger Bewegung zu erhalten zu verstehen. U muß somit gleich den ihr entgegen wirkenden Schwereteilkräften und den Bewegungswiderständen sein. Diese Umfangskraft U kann aber auch eine Bremskraft sein, wie es bei Bremsseilbahnen der Fall ist, wo die Schwerkraftwirkungen der Last überwiegen, um die gleichmäßige Bewegung zu gewährleisten und unzulässige Beschleunigungen zu verhüten. Die Bemessung der Stärke des Antriebsmotors oder der Bremseinrichtung wird dann von dieser Umfangskraft abhängen, zu der noch ein Zuschlag für das Anfahren oder Stillhalten der Wagen zu geben ist.

Es ist somit für die Beurteilung, ob eine Seilbahn selbsttätig — als Bremsberg — laufen kann oder ob ein Antriebsmotor für die Förderung (Berg- oder Talförderung) erforderlich ist, ferner für die Bemessung der Motorstärke die Kenntnis der aufzuwendenden Zugkraft bei den verschiedenen möglichen Wagenstellungen notwendig. In den folgenden Darlegungen wird ein einfaches zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung des Verlaufes der Zugkraftschwankungen — entsprechend den aufeinander folgenden Laststellungen der Gehänge — angegeben, wobei zunächst der einfachere Fall einer Pendelseilbahn zur Besprechung gelangt und die dabei erhaltenen Ergebnisse dann auf Seilbahnen mit Umlaufbetrieb (kontinuierliche S.) übertragen werden.

a) Seilbahnen mit Pendelbetrieb.

Bei dieser Bauart sind bloß zwei fest mit dem Zugseil verbundene Wagen vorhanden. Letzteres ist zu einem Ring geschlossen und bewegt sich gleichzeitig stets ein Wagen nach aufwärts und der andere nach abwärts. Jeder Wagen befährt immer den gleichen Seilstrang. Durch Umkehrung des Bewegungssinnes der Antriebscheibe nach jeder Fahrt wird die Auf- und Abwärtsbewegung der Wagen bewirkt.

Bezeichnet man mit W das Wagengewicht des leeren Wagens samt seinem Laufwerk, mit Q die Nutzlast jedes Wagens, mit g_1 das Einheitsgewicht für den laufenden Meter Zugseil und mit $2\,L$ die Länge desselben, wobei man im allgemeinen für L die wagrechte Entfernung der Endpunkte der Bahn setzen kann, so erhält man unter Annahme, daß es sich zunächst um einen Bremsberg handelt, aus der Abb. 105 für die Umfangskraft die Beziehung:

$$U = (Q + W)\sin\alpha_1 - (2\,g_1\,L + 2\,W - Q)f - W\sin\alpha_2 \quad . \quad . \quad (140)$$

In dieser Gleichung stellt das zweite Glied der rechten Seite die Reibungswirkung mit der Reibungsziffer f (im Mittel 0·02) dar. U bedeutet somit in Gleichung (140) die zur Aufrechthaltung einer gleichmäßigen Bewegung notwendige Bremskraft.

Für Motorantrieb bei Talförderung auf ungünstig gestalteter Strecke würde sich bei derselben Bewegungsrichtung durch Umkehrung der Vorzeichen ergeben:

$$U = W \sin \alpha_2 + (2\, g_1\, L + 2\, W + Q) f - (Q + W) \sin \alpha_1 \quad . \quad . \quad (141)$$

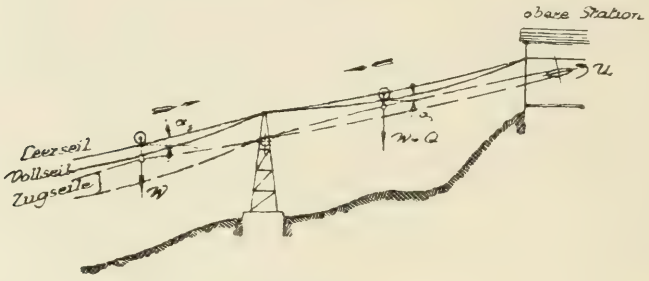


Abb. 105.

Setzt man die Nutzlast Q einem Vielfachen des Leerwagengewichtes W gleich

$$Q = n \,.\, W$$

und bezeichnet man die gesamten Reibungswiderstände mit R

$$R = (2\, g_1\, L + 2\, W + Q),$$

so erhält man aus Gleichung (140)

$$U = (n \,.\, \sin \alpha_1 + \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)\, W - R$$

$$U = \left[(n + 1) \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2 - \frac{R}{W}\right] . W \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (142)$$

Das zu einem Ring geschlossene Zugseil benötigt zu seiner gleichförmigen Bewegung nur jene Kraft, die nötig ist, die Reibungswiderstände zu überwinden. Dem Leerwagengewicht ist daher das auf einen Wagen entfallende Zugseilgewicht nicht zuzuschlagen.

In der Form der Gleichung (142) erscheint der Ausdruck für die Umfangskraft (U) zur zeichnerischen Darstellung recht gut geeignet. In Gleichung (142) sind nur die Werte für $\sin \alpha_1$ und $\sin \alpha_2$ für die jeweils möglichen Laststellungen veränderlich. Alle übrigen vorkommenden Größen sind bekannte Festwerte. Man kann jedoch unter Benützung der bereits im Abschnitt II über die Theorie der Seillinie enthaltenen Erkenntnisse diese Veränderlichen auf sehr einfache Art bestimmen.

Nimmt man (Abb. 106) die Seillinie als Parabel an, was mit Rücksicht auf die hier zu verfolgenden Ziele ohneweiters gestattet ist, da ja eine vollkommen genaue Bestimmung der Umfangskraft für die praktischen Zwecke nicht gefordert wird, so lautet die Gleichung der Seilkurve

$$x^2 = 2\,c\,y.$$

Durch Differentiation erhält man

$$2\,x\,d\,x = 2\,c\,d\,y$$

und daraus die Tangentenfunktion des Neigungswinkels der Berührenden an die Seilkurve im Punkt der Laststellung des Gehänges

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\,y}{d\,x} = \frac{x}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (143)$$

Denkt man sich die Tangenten als Höhen und die den Laststellungen entsprechenden x wie bisher als Längen aufgetragen (Abb. 107), so

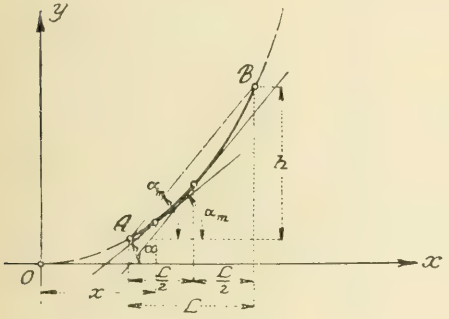


Abb. 106.

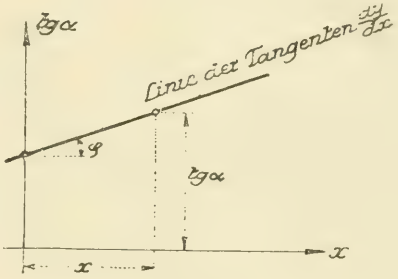


Abb. 107.

erhält man für den Verlauf der Tangentenfunktionen eine Gerade (Abb. 107) von der Neigung $\operatorname{tg}\varphi$.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{d\operatorname{tg}\alpha}{d\,x} = \frac{1}{c} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (144)$$

Um diese Gerade zeichnen zu können, muß — da ihre Neigung schon durch den Winkel φ bekannt ist — nur noch ein beliebiger Punkt derselben bestimmt werden können. Nun ist für die Mitte eines Seilfeldes der Neigungswinkel der Tangente an die Seilkurve gleich dem der zugehörigen (Parabel-) Sehne durch die Stützpunkte, somit

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{h}{L} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (145)$$

welcher Wert sich daher aus Stützenhöhe und Feldlänge im vorhinein bestimmen läßt.

Die Gerade nach Gleichung (143) ist also durch ihre Neigung ($\operatorname{tg}\varphi$) und den der Seilfeldmitte entsprechenden Punkt nach Gleichung (145) festgelegt. Liegt daher der Höhenplan einer Pendelseilbahn vor (Abb. 108), so hätte man zunächst die zur Vollseillinie gehörige Linie des Ausdruckes $(n+1)\sin\alpha_1$ für die ganze Bahnlänge zu ermitteln. Für kleine Bahnneigungen kann statt dem $\sin\alpha_1$ näherungsweise $\operatorname{tg}\alpha_1$ gesetzt werden.

$$(n+1)\sin\alpha_1 \doteq (n+1)\operatorname{tg}\alpha_1.$$

Es kann daher für jedes Seilfeld die entsprechende Gerade der Werte $(n+1)\sin\alpha_1$ gezeichnet werden, da die Mittelordinate $\left[=(n+1)\operatorname{tg}\alpha_m=(n+1)\,\frac{h}{L}\right]$ und ihre Neigung $\left(\operatorname{tg}\varphi=\frac{n+1}{c}\right)$ berechnet werden können. Für c ist der der Vollseillinie entsprechende Parameter zu setzen.

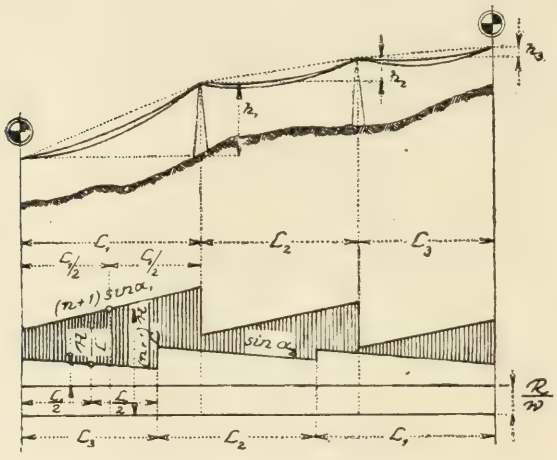


Abb. 108.

Sodann ist im Abstand des Festwertes $\frac{R}{W}$ über der Nullinie eine zu ihr gleichlaufende Gerade einzutragen und darüber der zur Leerseilkurve gehörige $\sin\alpha_2$-Linienzug zu zeichnen. Hiebei ist zu beachten, daß die $\sin\alpha_2$-Linie in der entgegengesetzten Richtung wie die $(n+1)\sin\alpha_2$-Linie, somit von rechts nach links, zu legen ist, weil der Stellung des beladenen Wagens am unteren Ende der Bahn eine solche des leeren am oberen Bahnende entspricht. Die zur Aufzeichnung notwendigen Werte sind:

Die Mittelordinate . . . . $\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{h}{L}$.

Die Neigung der Geraden $\operatorname{tg}\varphi = \frac{d\operatorname{tg}\alpha}{dx} = \frac{1}{c}$.

Hiebei ist jetzt für c der Parameter der Leerseillinie einzusetzen.

Soll nun die behandelte Seilbahnanlage tatsächlich als Bremsberg wirkend möglich sein, so muß der Linienzug der $(n+1)\sin\alpha_1$ stets oberhalb der Werte für $\sin\alpha_2$ gelegen sein. Eine Ordinate der schraffierten Fläche (Abb. 108) ergibt dann, mit dem Wagengewicht W vervielfacht den bei der betreffenden Stellung des Wagens abzu-

bremsenden Kraftüberschuß — also die Bremskraft — welche zur Einhaltung einer gleichmäßigen Geschwindigkeit angewendet werden muß.

Überschneiden sich hingegen die $\sin \alpha_2$-Linie mit der der $(n-1)\sin \alpha_1$, so zeigt dies an, daß die Bahn nicht mehr selbsttätig laufen kann, somit motorischen Antrieb braucht.

Aber auch bei stärker geneigten (steilen) Bahnen, wo man nicht mehr ohneweiters den Sinus durch die Tangente des Neigungswinkels ersetzen darf, kann man das vorbeschriebene Verfahren grundsätzlich — d. h. nur mit einigen Abänderungen — anwenden, wenn man die folgenden mathematischen Beziehungen berücksichtigt.

Gehen wir von Gleichung (4) aus:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{c}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + c^2}} \quad \ldots \ldots \quad (146)$$

Man erkennt sofort, daß der Verlauf der Linie der „Sinus“ zwar keine Gerade mehr ist, aber die Abweichung vom geraden Verlauf ist nicht bedeutend. Dies läßt sich durch Bildung der ersten Ableitung untersuchen.

$$\frac{d \sin \alpha}{d x} = \frac{\sqrt{c^2 + x^2} - \frac{x}{c}(c^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{c^2 + x^2} = \ldots =$$

$$= \frac{\sqrt{c^2 + x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{c^2 + x^2}}}{c^2 + x^2} = \frac{c^2 + x^2 - x^2}{\sqrt{(c^2 + x^2)^3}}$$

$$\frac{d \sin \alpha}{d x} = \frac{1}{c \sqrt{\left(1 + \left(\frac{x}{c}\right)^2\right)^3}}$$

$$\frac{d \sin \alpha}{d x} = \frac{1}{c} \cdot \eta \quad \ldots \ldots \quad (147\,a)$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)^3}} \quad \ldots \ldots \quad (147\,b)$$

Im allgemeinen ist die Seilkurve für gespannte Tragseile wenig gekrümmt. Es kann sich somit $\operatorname{tg} \alpha$ (die Neigung der Parabeltangente)

nur innerhalb enger Grenzen verändern. Die Werte für η Gleichung (147b) werden für ein Seilfeld somit nahezu unveränderlich sein, was soviel besagt, als daß die Kurve der $\sin\alpha$ sehr flach sein muß. Man begeht augenscheinlich keinen nennenswerten Fehler, wenn man auch bei größeren Neigungswinkeln die $(n+1)\sin\alpha_1$- und die $\sin\alpha_2$-Linie durch eine Gerade ersetzt, indem man den Korrekturwert η für den Mittelwert $\operatorname{tg}\alpha_m$ berechnet. Das Verhältnis der Winkelfunktionen ($\operatorname{tg}\alpha$, $\sin\alpha$) und die näherungsweise für $\sin\alpha$ zu setzende Gerade wird durch Abb. 109 veranschaulicht.

Zur Festlegung der Geraden braucht man, wie früher gezeigt wurde, auch hier nur die Neigung einen Punkt der ersteren. Die mittlere Neigung der Parabel bestimmt sich aus Gleichung (145) durch

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \frac{h}{L}.$$

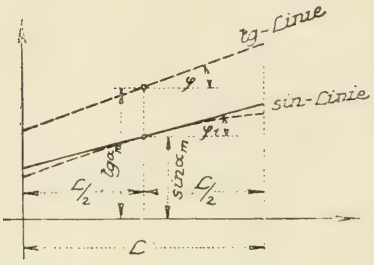


Abb. 109.

Ist $\operatorname{tg}\alpha_m$ bekannt, so kann der richtige Wert von $\sin\alpha_m$ aus jeder Tafel der trigonometrischen Werte oder aus Gleichung (146) ohne Näherungsverfahren, also ganz genau berechnet werden.

Für die Neigung der näherungsweise statt der flachen Kurve der $\sin\alpha$ gesetzten Geraden erhält man nach Einsetzung des Wertes von $\operatorname{tg}\alpha_m$ in Gleichung (147b) den Ausdruck für η nnd damit

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{d\sin\alpha}{dx} = \frac{1}{c\sqrt{\left(1+\left(\frac{h}{L}\right)^2\right)^3}}.$$

Um den Linienzug für $(n+1)\sin\alpha_1$ zeichnen zu können, hat man für jedes Seilfeld

die Mittelordinate . . . . . $(n+1)\sin\alpha_m$

und die Neigung der Geraden . . $\dfrac{n+1}{c\sqrt{\left(1+\left(\frac{h}{L}\right)^2\right)^3}}$

zu bestimmen. Für den $\sin\alpha_2$-Linienzug erhält man dementsprechend, jedoch mit Zählung der Längen x von rechts nach links

die Mittelordinate . . . . . $\sin\alpha_m$

und die Neigung der Geraden . . $\dfrac{1}{c\sqrt{\left(1+\left(\frac{h}{L}\right)^2\right)^3}}$.

Bezüglich der Parameter c gilt natürlich das gleiche, wie beim Näherungsverfahren für kleine Winkel α.

Zur Berechnung der Parameter für die Seilkurve mit vollem oder mit leerem Wagen hat man sich das Wagengewicht (voll oder leer) stets auf die jeweilige Feldweite (L) gleichmäßig aufgeteilt zu denken, was nach Betrachtung des in Abb. 110 dargestellten Kräfteplanes verständlich wird. Befindet sich nämlich die Verkehrslast in der Mitte der Spannweite, so behalten erster und letzter Seilstrahl des Kräfteplanes ihre Neigung gegenüber der Verbindungslinie der Stützpunkte bei, gleichgültig ob das Wagengewicht als Einzellast oder gleichmäßig verteilt angenommen wurde.

Wandert dagegen die Verkehrslast von der Mitte gegen eine Stütze (hier gegen die rechte), so ändern die beiden Endseilstrahlen ihre Neigungswinkel um die Beträge ε_1 und ε_2. Nachdem nun H gegen-

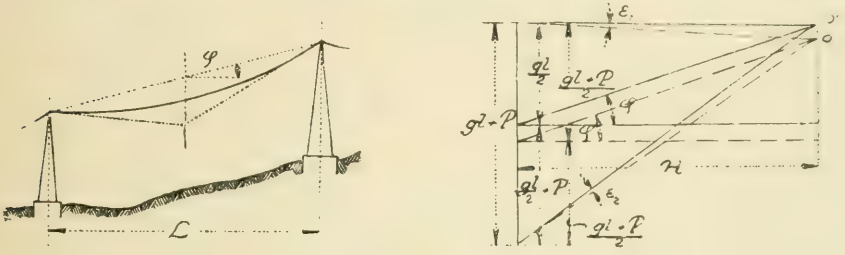


Abb. 110.

über gl und P sehr groß ist, so wird es in allen Fällen erlaubt sein, diese Winkeländerung unberücksichtigt zu lassen. Der Annahme gleichmäßiger Verteilung der Verkehrslast auf die Spannweite kommt somit volle Berechtigung zu.

Zur näheren Erläuterung des Verfahrens diene das nachstehende Beispiel einer Pendelseilbahn mit zwei ungleich geneigten Seilfeldern.

$L_1 = 480\,m$ $\quad h_1 = 220\,m$

$L_2 = 136\,m$ $\quad h_2 = 37\,m$

Gewicht des leeren Wagens (Gehänge samt Laufwerk) . $W = 400\,kg$

Nutzlast eines Wagens . . . . . $Q = 600\,kg$

Die Stärke des Tragseiles sei 3·2 cm, sein Querschnitt 5·9 cm^2 und sein Metergewicht 4·6 kg/m. Das Spanngewicht $G = H = 22.400\,kg$, $g_1 = 0{\cdot}81\,kg/m$.

Seilfeld	Seillinie für leere Wagen		Seillinie für volle Wagen	
	$q_1 = g + \frac{W}{L}$	$c_1 = \frac{H}{q_1}$	$q_2 = g + \frac{Q+W}{L}$	$c_2 = \frac{H}{q_2}$
1. Feld	5·43	4130	6·78	3310
2. Feld	7·50	2980	12·00	1870

Ferner ist für das Seilfeld L_1:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{L} = \frac{220}{480} = 0{\cdot}459 \ldots : \alpha_m = 24^0\,40'$$

$$\sin\alpha = 0{\cdot}417 \ldots . \quad (n+1)\sin\alpha = 1{\cdot}042 \ldots . \quad (n+1) = 2{\cdot}5$$

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{4130} = 0{\cdot}000242 \ldots . \text{ für die } \sin\alpha_2\text{-Linie}$$

$$\frac{n+1}{c_2} = \frac{2{\cdot}5}{3310} = 0{\cdot}000756 \ldots . \text{ für die } (n+1)\sin\alpha_1\text{-Linie}$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{(1+0{\cdot}459^2)^3}} = \frac{1}{1{\cdot}33} = 0{\cdot}752$$

$$\frac{1}{c_1}\eta = 0{\cdot}000242 \times 0{\cdot}752 = 0{\cdot}000183 \ldots \text{ Neigung der } \sin\alpha_2\text{-Linie}$$

$$\frac{n+1}{c_2}\eta = 0{\cdot}000756 \times 0{\cdot}752 = 0{\cdot}000568 \ldots \text{ Neigung der } (n+1)\sin\alpha_1\text{-Linie}$$

$$R = (2g_1 L + 2W + Q)f = (1232 \times 0{\cdot}81 + 800 + 600) \cdot 0{\cdot}02 = 48\,kg$$

$$\frac{R}{W} = \frac{48}{400} = 0{\cdot}12.$$

Die nachstehende Abb. 111 gibt nun die zeichnerische Zusammenstellung der so erhaltenen Werte.

Man erkennt aus Abb. 111, daß die angenommene Bahn als Bremsberg ohne Motor verwendet werden kann, weil für alle Laststellungen ein Zugkraftüberschuß herrscht, der durch Bremsung ausgeglichen werden muß. Weiters sieht man, daß die ungünstigste Laststellung dann eintritt, wenn sich der talwärts gehende, beladene Wagen oberhalb der Kuppenüberführung befindet.

Um die geringe Abweichung des angegebenen Verfahrens von der strengen Ermittlung der Werte für die $\sin\alpha$ vor Augen zu führen, wurden die Seilkurven für das Feld L_1 auch als Kettenlinie berechnet (in der Zahlentafel A mit „streng berechnet" bezeichnet) und die genau berechneten Winkelgrößen denen des Näherungsverfahrens gegenübergestellt.

Zahlentafel A.

Seilfeld	x	streng berechnet		genähert		Unterschied
		α_1	$\sin\alpha_1$	$(n+1)\sin\alpha_1$		
I	000	20°45′	0·3543	0·885	0·906	— 0·021
	120	22°41′	0·3857	0·965	0·974	— 0·009
	240	24°35′	0·4160	1·040	1·042	— 0·002
	360	26°27′	0·4454	1·113	1·110	+ 0·003
	480	28°18′	0·4741	1·184	1·178	+ 0·006
	x	α_2	$\sin\alpha_2$		$\sin\alpha_2$	
I	000	21°32′	0·3671		0·3734	— 0·0063
	120	23°04′	0·3918		0·3954	— 0·0036
	240	24°36′	0·4163		0·4173	— 0·0010
	360	26°06′	0·4400		0·4393	+ 0·0007
	480	27°35′	0·4631		0·4612	+ 0·0019

Hieraus ersieht man, daß auch die streng berechneten Werte der $\sin \alpha_1$ und $\sin \alpha_2$ in zeichnerischer Darstellung auch bei größeren Spann-

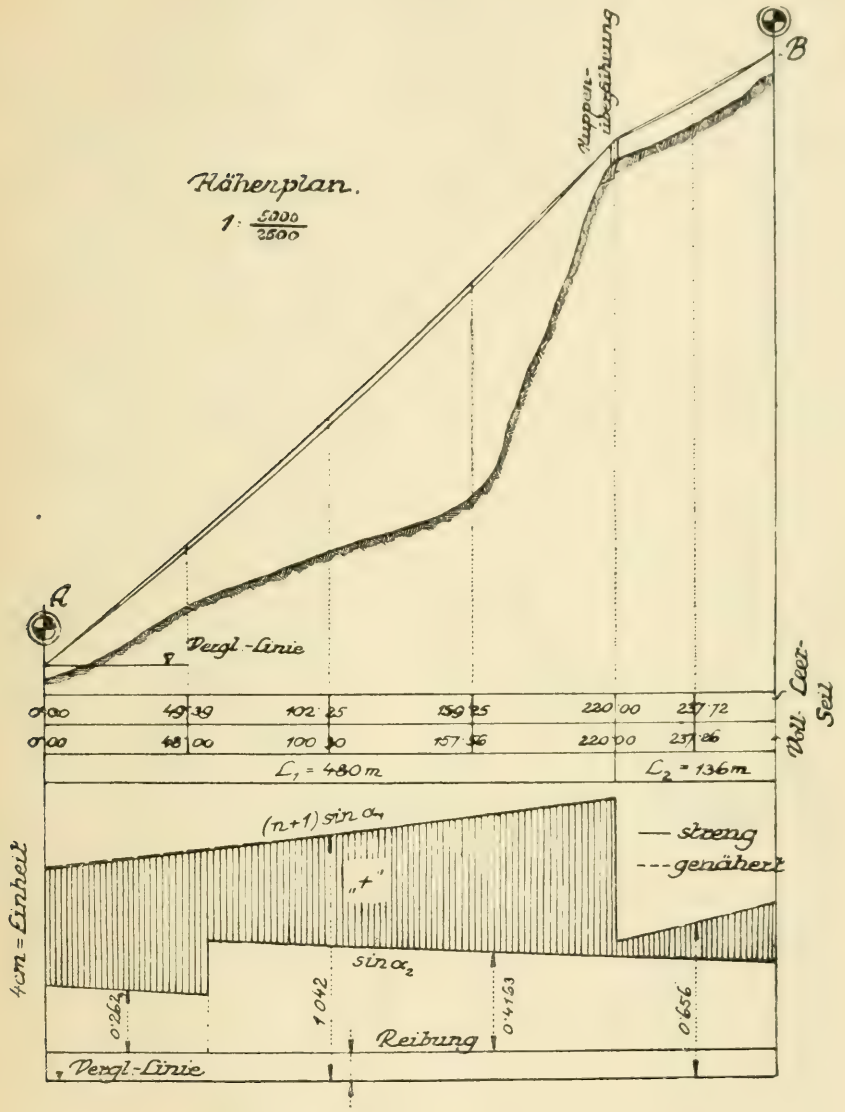


Abb. 111.

weiten Kurven ergeben, die von einer Geraden fast gar nicht abweichen, wodurch das dargelegte Näherungsverfahren als einwandfrei erwiesen erscheint.

b) Seilbahnen mit Umlaufbetrieb (kontinuierliche).

Bei diesem Betriebssystem dient jeder der beiden Seilstränge nur für eine Fahrtrichtung. Ferner ist eine größere Anzahl von Wagen vorhanden, die sich in mehr oder weniger gleichen Abständen folgen. Das zu einem Ring geschlossene Zugseil wird im Gegensatz zu einer Pendelseilbahn immer im selben Sinn bewegt. Bei dichter Wagenfolge kann man hier zur Berechnung der Umfangskraft nach dem überschlägigen Verfahren gemäß Gleichung (I) bis (IV) im Abschnitt V vorgehen. Bei größeren Wagenabständen ist jedoch eine genauere Ermittlung der ungünstigen Laststellungen der Gehänge nötig. Die folgenden Untersuchungen werden deshalb unter der Voraussetzung unternommen, daß der Wagenabstand größer sei, als das längste Seilfeld der Bahn, so daß sich in einem solchen höchstens ein Wagen befinden kann.

Betrachtet man an einer beliebigen Stelle des Höhenplanes einer Seilbahn ein Stück von der Länge einer Wagenentfernung, so kann man jenen Zeitpunkt erfassen, wo gerade ein Wagen — z. B. der beladene — am unteren Ende dieses Stückes eintritt. Zu diesem Zeitpunkt wird dann am anderen Strang ein leerer Wagen an einem Zwischenpunkt des ins Auge gefaßten Bahnstückes von der Länge einer Wagenentfernung zu stehen kommen. Rollt nun der beladene Wagen vom Anfangspunkt der Strecke bis zum Endpunkt (von links nach rechts), so bewegt sich der leere zur gleichen Zeit im entgegengesetzten Sinn (von rechts nach links). Da die Anfangsstellung des Leerwagens jedoch einem Zwischenpunkt des Seilfeldes entspricht, so wird der Leerwagen den unteren Punkt der betrachteten Strecke überschreiten, bevor noch der beladene Wagen das obere Ende derselben erreicht hat. Aber zu diesem Zeitpunkt tritt bereits ein folgender Leerwagen am obersten Punkt in den Streckenabschnitt ein und erreicht den der Anfangsstellung entsprechenden Zwischenpunkt zur gleichen Zeit, wo der beladene Wagen den oberen Endpunkt erreicht hat.

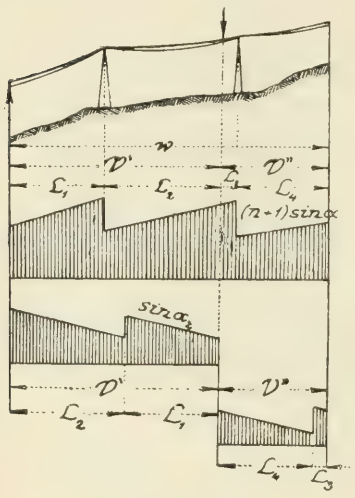


Abb. 112.

Ein solches Bahnstück von der Länge einer Wagenentfernung ist somit einer Pendelseilbahn gleichzustellen, bei welcher aber die Fahrt des beladenen Wagens vom Anfangspunkt zum Endpunkt gegen di

des leeren Wagens um eine gewisse Zeit verschoben ist. Dieser Zeitverschiebung entspricht auch eine Verschiebung der Wagenstellungen, es besteht also zwischen beiden Fahrten auf der gleichen Strecke ein „Phasenunterschied“ (Abb. 112).

Auf das schon wiederholt erwähnte Seilbahnstück können nun ohneweiters die bereits erworbenen Kenntnisse über die Zugkraft bei Pendelseilbahnen in Anwendung gebracht werden, wenn dem „Phasenunterschied“ sinngemäß Rechnung getragen wird. Letzteres geschieht in einfachster Weise dadurch, daß man den $\sin \alpha_2$ - Linienzug derart verschiebt, daß seine Ordinate für den vorerwähnten Zwischenpunkt über der Ordinate des Anfangspunktes des $(n+1) \sin \alpha_1$ - Linienzuges zu liegen kommt.

Teilt man daher eine längere Seilbahn mit Umlaufbetrieb in mehrere Abschnitte (I, II, III usw.) von der Länge einer Wagenentfernung, so verbleibt noch ein Reststück (r), welches eine kleinere Länge besitzt. Jeder Abschnitt übt nach früherem die Wirkung einer Pendelseilbahn auf die Größe der Umfangs- (Brems-) Kraft aus, so daß sich diese Wirkungen addieren, was sich in der zeichnerischen Darstellung dadurch kennzeichnet, daß die Linienzüge für $(n+1) \sin \alpha_1$ und $\sin \alpha_2$ für alle Teilstrecken übereinander gezeichnet werden müssen (Abb. 113).

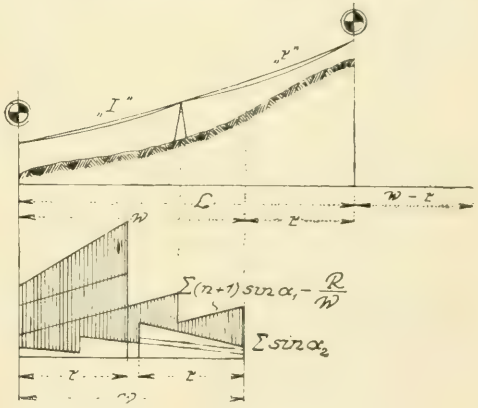


Abb. 113.

Es ist am übersichtlichsten, die Untersuchung vorerst für jene gegenseitige Wagenfolge auf beiden Tragseilen durchzuführen, die keine Phasenverschiebung ergibt. Es ist das jener Fall, wo die Ausfahrt eines vollen Wagens in der unteren Station genau mit der Einfahrt eines leeren am gleichen Punkt der Bahn zusammentrifft.

Für diesen Fall ist auch der Einfluß der Reststrecke (r) auf die Gesamtumfangskraft leicht zu ersehen. Denkt man sich die Reststrecke bis auf die Wagenentfernung verlängert, wobei diese Verlängerung nur eine „gedachte“ (imaginäre) Seilbahn vorstellen soll, so spielt sich in ihr hinsichtlich der Wagenbewegung auf beiden Tragseilen ein Vorgang ab, der ebenfalls dem einer Pendelbahn ohne Phasenverschiebung entspricht. Beginnt also am unteren Ende der Reststrecke ein voller Wagen seine Fahrt nach aufwärts, so geht gleich-

zeitig von dem gedachten Ende der auf eine Wagenentfernung verlängerten Seilbahn ein leerer Wagen nach abwärts. Da sich derselbe aber nur auf der „gedachten“ Bahn bewegt, ist seine Wirkung, die sich als $\sin \alpha_2$ - Linie darstellt, gleich Null. Es steht also der $(n+1) \sin \alpha_1$ - Linie zunächst keine $\sin \alpha_2$ - Linie gegenüber (Abb. 113). Hat der aufwärtsgehende beladene Wagen den oberen Endpunkt der wirklichen Reststrecke erreicht, so ist seine Wirkung gleich Null, die $(n+1) \sin \alpha_1$ - Linie endet somit nach der Strecke r vom linken Anfangspunkt. Die Wirkung des abwärtsfahrenden Leerwagens beginnt

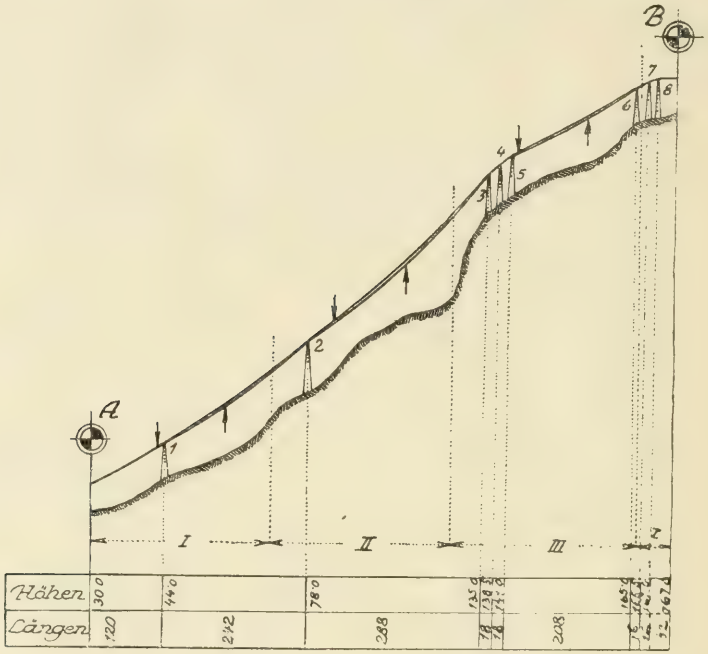


Abb. 114.

hingegen erst dann, bis er aus der „gedachten“ Strecke in die wirkliche eintritt, somit um r vor dem rechtsseitigen Endpunkt.

In den Abb. 114 und 115 ist ein Beispiel für die Bestimmung der Umfangskraft durchgeführt, wodurch das Vorgesagte erläutert und praktisch angewendet erscheint. Die dabei vorkommenden Ausmaße sind:

das Wagengewicht . . . . . $W = 400\ kg$
die Nutzlast . . . . . $Q = 600\ kg$
der Tragseildurchmesser . . . $d = 3{\cdot}16\ cm$
das Einheitsgewicht desselben . $g = 4{\cdot}6\ kg/m$
das Spanngewicht . . . . . $G = H = 22.400\ kg$
die Wagenentfernung . . . . $w = 300\ m$

$$q_1 = g + \frac{W}{w} = 4{\cdot}6 + \frac{400}{300} = 6\ kg/m$$

$$q_2 = g + \frac{W+Q}{w} = 4{\cdot}6 + \frac{1000}{300} = 8\ kg/m$$

$$c_1 = \frac{H}{q_1} = 22.400 : 6 = 3700$$

$$c_2 = \frac{H}{q_2} = 22.400 : 8 = 2800$$

$$n = \frac{Q}{W} = \frac{600}{400} = 1{\cdot}5, \quad (n+1) = 2{\cdot}5.$$

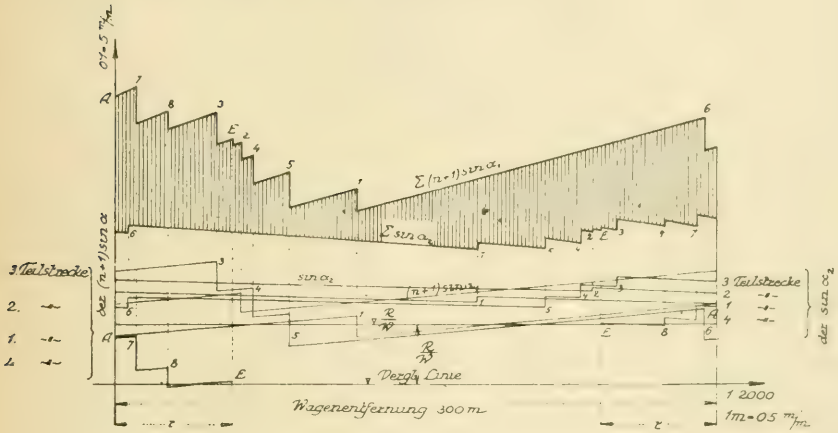


Abb. 115.

Die sich nach dem Längenprofil ergebenden Winkelgrößen sind in nachfolgender Zahlentafel enthalten.

Feld	Länge	Höhe	Höhenunterschied	tg α	α	sin α	$(n+1)\sin\alpha$	Anmerkung
		30·00						
I	120		14·00	0·117	6° 40′	0·116	0·290	$U = \Sigma[(n+1)\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2]\ G - R$
		44·00						
II	242		34·00	0·141	8° 00′	0·139	0·348	
		78·00						
III	288		57·00	0·198	11° 13′	0·195	0·488	
		135·00						
IV	18		3·50	0·194	11° 00′	0·191	0·477	
		138·50						
V	18		2·50	0·139	7° 53′	0·137	0·343	
		141·00						
VI	208		24·00	0·115	6° 33′	0·114	0·285	
		165·00						
VII	16		1·50	0·094	5° 23′	0·094	0·235	
		166·50						
VIII	16		0·50	0·031	1° 47′	0·031	0·078	
		167·00						
IX	32		0·00	0·000	.	.	.	
		167.00						
	958		137·00					

Als Maßstab wurde gewählt: $1\,m$ (Länge) $= 0{\cdot}5\,mm$
$0{\cdot}1$ (Verhältniszahl) $= 5\,mm$

Dies entspricht einer hundertfachen Verzerrung.

$$\eta = \frac{1}{1{\cdot}06} = 0{\cdot}945$$

$$\frac{1}{c_1} = 1 : 3700 = 0{\cdot}00027$$

$$\frac{1}{c_2} = 1 : 2800 = 0{\cdot}00036$$

$$\frac{1}{c_1} . \eta = 0{\cdot}00027 \times 0{\cdot}945 = 0{\cdot}00026$$

$$\frac{1}{c_2} . \eta = 0{\cdot}00036 \times 0{\cdot}945 = 0{\cdot}00034$$

$$g_1 = 0{\cdot}80\,kg/m \quad L = 958\,m \quad f = 0{\cdot}02$$

$$R = (2\,g_1\,L + 3 \cdot (G + Q).$$

$$f = 2 \times 0{\cdot}80 \times 958 + 3 . (800 + 600)\,0{\cdot}02 = 120\,kg$$

$$\frac{R}{W} = \frac{120}{400} = 0{\cdot}3.$$

Die hundertfache Verzerrung beeinflußt die Neigungen der $(n+1)\sin\alpha_1$- und $\sin\alpha_2$-Linie wie folgt. Der „unverzerrten" Darstellung müßte für $1\,m$ Länge dieselbe Strecke angenommen werden wie für die Verhältniszahl 1. Der wirklichen Neigung 0·00027 ($\sin\alpha_2$-Linie) entspricht daher in der verzerrten Zeichnung eine Neigung $0{\cdot}00027 \times 100 = 0{\cdot}027 = 2{\cdot}7\,\%$.

Wenn angenommen wird, daß die vollen Wagen talwärts fahren, und untersucht werden soll, ob die Bahn selbsttätig ist, so brauchen die schraffierten Ordinaten der Abb. 115 nur mit dem Wagengewicht W vervielfacht zu werden, um die Bremskraft zu erhalten. Man erkennt aus der Abb. 115, daß die Anlage als Bremsberg ohne Motor laufen kann, da stets ein Überschuß an treibender Umfangskraft da ist. Man sieht aber auch, daß die Bremskraft ungleichmäßig veränderlich ist, so daß sich Schwankungen im Gang der Bahn ergeben werden, wenn die Bremsung nicht entsprechend geregelt wird.

Wenn eine sogenannte Phasenverschiebung vorhanden ist, so entspricht dem Abgehen eines Wagens am unteren Bahnende nicht das Eintreffen des ankommenden an der gleichen Stelle, sondern zwischen diesen Zeitpunkten besteht ein Unterschied, der aber einfach durch entsprechende Verschiebung der Linie für $\Sigma\sin\alpha_2$ gegen die für $(n+1) . \Sigma\sin\alpha_1$ berücksichtigt werden kann. In gewissen Fällen kann es vorkommen, daß durch eine solche Verschiebung eine oder mehrere Überschneidungen der Summenlinien entstehen. Das würde heißen,

daß die Bahn bei dieser Wagenfolge nicht mehr als Bremsberg ohne Motor laufen kann. Es kann somit vorkommen, daß dieselbe Bahn einmal als Bremsberg laufen kann, das andere Mal aber selbst bei derselben Wagenentfernung nicht, weil die Phasenverschiebung ungünstig ist. Man kann nun durch geeignet an der Antriebs- oder Umlaufscheibe in der oberen und unteren Station angebrachte Läutwerke Signale für das Abfahren der Wagen in den Stationen geben lassen und dadurch die Wagenfolge regeln.

In Abb. 114 sind auch die ungünstigsten Laststellungen angedeutet.

Tafel I.

α^0	$\frac{x}{y-c}$	α^0	$\frac{x}{y-c}$	α^0	$\frac{x}{y-c}$	α^0	$\frac{x}{y-c}$	α^0	$\frac{x}{y-c}$
1·0	114·586	**6·0**	19·046	10·1	11·257	14·2	7·945	18·3	6·101
		1	18·72	2	11·145	3	7·888	4	6·066
2·0	52·279	2	18·41	3	11·035	4	7·831	5	6·031
1	50·65	3	18·12	4	10·927	5	7·776	6	5·997
2	49·07	4	17·84	5	10·822	6	7·721	7	5·963
3	47·54	5	17·57	6	10·718	7	7·666	8	5·930
4	46·06	6	17·31	7	10·616	8	7·612	9	5·896
5	44·63	7	17·05	8	10·515	9	7·560		
6	43·25	8	16·80	9	10·417			**19·0**	5·864
7	41·92	9	16·55			**15·0**	7·508	1	5·831
8	40·63			**11·0**	10·321	1	7·456	2	5·799
9	39·38	**7·0**	16·309	1	10·226	2	7·405	3	5·767
		1	16·07	2	10·133	3	7·355	4	5·736
3·0	38·171	2	15·84	3	10·042	4	7·306	5	5·704
1	37·00	3	15·62	4	9·952	5	7·257	6	5·673
2	35·88	4	15·41	5	9·864	6	7·209	7	5·643
3	34·80	5	15·20	6	9·777	7	7·161	8	5·613
4	33·77	6	15·00	7	9·692	8	7·114	9	5·583
5	32·79	7	14·81	8	9·608	9	7·067		
6	31·86	8	14·62	9	9·525			**20·0**	5·553
7	30·98	9	14·43			**16·0**	7·021	1	5·524
8	30·15			**12·0**	9·444	1	6·976	2	5·494
9	29·36	**8·0**	14·254	1	9·364	2	6·931	3	5·466
		1	14·06	2	9·286	3	6·887	4	5·437
4·0	28 613	2	13·88	3	9·209	4	6·843	5	5·409
1	27·90	3	13·71	4	9·132	5	6·800	6	5·381
2	27·22	4	13·55	5	9·058	6	6·757	7	5·353
3	26·58	5	13·39	6	8·984	7	6·715	8	5·325
4	25·97	6	13·24	7	8·912	8	6·673	9	5·298
5	25·38	7	13·09	8	8·840	9	6·632		
6	24·82	8	12·95	9	8·770			**21·0**	5·271
7	24·29	9	12·80			**17·0**	6·591	1	5·244
8	23·79			**13·0**	8·701	1	6·551	2	5·218
9	23·32	**9·0**	12·654	1	8·632	2	6 511	3	5·192
		1	12·51	2	8·565	3	6·471	4	5·165
5·0	22·874	2	12·37	3	8·499	4	6·432	5	5·140
1	22·44	3	12·24	4	8·434	5	6·394	6	5·114
2	22·03	4	12·11	5	8·370	6	6·356	7	5·089
3	21·63	5	11·98	6	8·306	7	6·318	8	5·064
4	21·23	6	11·85	7	8·244	8	6·281	9	5·039
5	20·84	7	11·73	8	8·183	9	6·244		
6	20·46	8	11·61	9	8·122			**22·0**	5·014
7	20·09	9	11·48			**18·0**	6·208	1	4·989
8	19·73			**14·0**	8·062	1	6·172	2	4·965
9	19·38	**10·0**	11·372	1	8·003	2	6·136	3	4·941

α''	$\frac{x}{y-c}$	α''	$\frac{x}{y-c}$	α''	$\frac{x}{y-c}$	α''	$\frac{x}{y-c}$	α''	$\frac{x}{y-c}$
22·4	4·917	**25·0**	4·361	27·7	3·889	**33**	3·175	**60**	1·317
5	4·894	1	4·342	8	3·874	4	3·063	1	1·273
6	4·870	2	4·323	9	3·858	5	2·957	2	1·229
7	4·847	3	4·304			6	2·856	3	1·186
8	4·824	4	4·285	**28·0**	3·842	7	2·760	4	1·144
9	4·801	5	4·267	1	3·827	8	2·669	5	1·103
		6	4·248	2	3·811	9	2·582	6	1·062
23·0	4·778	7	4·230	3	3·796			7	1·021
1	4·756	8	4·212	4	3·781	**40**	2·498	8	0·981
2	4·734	9	4·194	5	3·766	1	2·418	9	0·941
3	4·712			6	3·751	2	2·341		
4	4·690	**26·0**	4·176	7	3·736	3	2·267	**70**	0·902
5	4·668	1	4·158	8	3·721	4	2·196	1	0·863
6	4·646	2	4·140	9	3·706	5	2·128	2	0·824
7	4·625	3	4·123			6	2·062	3	0·785
8	4·604	4	4·105	**29·0**	3·692	7	1·998	4	0·747
9	4·582	5	4·088	1	3·677	8	1·936	5	0·708
		6	4·071	2	3·663	9	1·877	6	0·669
24·0	4·562	7	4·054	3	3·649			7	0·630
1	4·541	8	4·037	4	3·634	**50**	1·819	8	0·591
2	4·520	9	4·020	5	3·620	1	1·762	9	0·552
3	4·500			6	3·606	2	1·708		
4	4·480	**27·0**	4·003	7	3·592	3	1·655	**80**	0·512
5	4·460	1	3·987	8	3·578	4	1·599	1	0·471
6	4·440	2	3·970	9	3·564	5	1·553	2	0·430
7	4·420	3	3·954			6	1·503	3	0·388
8	4·400	4	3·938	**30**	3·551	7	1·455	4	0·344
9	4·381	5	3·921	1	3·418	8	1·408	5	0·299
		6	3·905	2	3·293	9	1·362		

Tafel II.

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	$\triangle'$	Ordinate $\frac{y}{c}$	$\triangle'$	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	$\triangle'$	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	$\triangle'$	$ctg\,\alpha$	$\triangle'$
1°00	0·0175		0·0002	0·0	0·0175		1·0003	0·2	57·2300	8126
10	0204		0002	0·1	0204		0005	0·1	49·1039	7140
20	0233		0003		0233		0006	0·2	42·9641	4776
30	0262	2·9	0004	0·0	0262	2·9	0008	0·1	38·1885	3821
40	0291		0004		0291		0009	0·2	34 3678	3126
50	0320		0005		0320		0011		31·2416	
				0·1				0·1		2605
2°00	0·0349		0·0006		0·0349		1·0012	0·3	28·6363	2205
10	0378		0007	0·2	0378		0015	0·2	26·4316	1890
20	0407	3·0	0009	0·1	0407	3·0	0017	0·3	24·5418	1638
30	0437		0010		0437		0020	0·2	22·9038	1433
40	0466		0011	0·2	0466		0022	0·3	21·4704	1265
50	0495		0013		0495		0025		20 2056	
		2·9		0·1		2 9		0·2		1125
3°00	0·0524		0·0014		0 0524		1·0027	0·3	19 0811	1006
10	0553		0015	0·2	0553		0030		18·0750	906
20	0582	3·0	0017		0582	3·0	0034	0·4	17·1693	819
30	0612		0019	0·1	0612		0038	0·3	16 3499	745
40	0641		0020		0641		0041		15·6048	680
50	0670		0022		0670		0045		14·9244	
		2 9		0·2		2·9		0·4		624
4°00	0·0699		0·0024		0·0699		1·0049		14·3007	574
10	0728		0026	0·3	0728	3·0	0053	0·5	13·7267	530
20	0757	3·0	0029	0·2	0758	2·9	0058		13·1969	491
30	0787		0031		0787		0063	0·4	12·7062	456
40	0816		0033	0·3	0816	3·0	0067		12·2505	424
50	0845		0036		0846		0072		11·8262	
		2 9		0·2		2·9		0·5		396
5°00	0·0874		0·0038		0·0875		1 0077		11·4301	371
10	0903		0041	0 3	0904	3·0	0082	0 6	11·0594	348
20	0932	3·0	0044		0934	2·9	0088		10·7119	327
30	0962		0047	0·2	0963		0094	0·5	10·3854	307
40	0991		0049		0992	3·0	0099		10·0780	290
50	1020		0052		1022		0105		9·7882	
		2·9		0 3		2 9		0·6		274
6°00	0·1049		0·0055		0·1051	3·0	1·0111		9·5144	259
10	1078		0058	0·4	1081	2·9	0117	0·7	9·2553	246
20	1107	3·0	0062	0 3	1110	3·0	0124		9 0098	233
30	1137		0065		1140	2·9	0131	0·6	8·7769	221
40	1166	2·9	0068	0·4	1169	3·0	0137		8·5556	211
50	1195		0072		1199		0144		8·3450	
		3·0		0·3		2·9		0·7		201
7°00	0·1225	2·9	0 0075	0·4	0 1228	3·0	1·0151		8·1444	191

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	Δ'	Ordinate $\frac{y}{c}$	Δ'	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	Δ'	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	Δ'	$ctg\,\alpha$	Δ'
7° 00	0·1225	2·9	0·0075	0·4	0·1228	3·0	1·0151	0·7	8·1444	191
10	1254		0079		1258	2·9	0158	0·8	7·9530	183
20	1283	3·0	0083		1287	3·0	0166		7·7704	175
30	1313		0087	0·3	1317	2·9	0174	0·7	7·5958	167
40	1342	2·9	0090		1346	3·0	0181		7·4288	160
50	1371		0094		1376		0189		7·2687	
		3·0		0·4		2·9		0·8		153
8° 00	0·1401	2·9	0·0098	0·5	0·1405	3·0	1·0197		7·1154	147
10	1430		0103	0·4	1435		0206		6·9682	141
20	1459	3·0	0107	0·5	1465		0215		6·8269	136
30	1489		0112	0·4	1495	2·9	0224	0·9	6·6912	131
40	1518	2·9	0116	0·5	1524		0233		6·5606	126
50	1547		0121		1554		0242		6·4348	
		3·0		0·4		3·0				121
9° 00	0·1577	2·9	0·0125		0·1584		1·0251		6·3138	117
10	1606	3·0	0130	0·5	1614		0261		6·1970	113
20	1636	2·9	0135		1644		0271		6·0844	109
30	1665	3·0	0140	0·4	1674	2·9	0281	1·0	5·9758	105
40	1695	2·9	0144		1703		0291		5·8708	101
50	1724		0149		1733		0301		5·7694	
		3·0		0·5		3·0				98·1
10° 00	0·1754	2·9	0·0154	0·6	0·1763		1·0311		5·6713	94·9
10	1783	3·0	0160	0·5	1793		0322	1·1	5·5764	91·9
20	1813	2·9	0165	0·6	1823		0333		5·4845	89·0
30	1842		0171	0·5	1853	3·1	0344	1·2	5·3955	86·2
40	1872		0176	0·6	1884		0356		5·3093	83·6
50	1902	3·0	0182		1914		0367		5·2257	
				0·5		3·0		1·1		81·1
11° 00	0·1932	2·9	0·0187		0·1944		1·0378	1·2	5·1446	78·8
10	1961	3·0	0193		1974	3·1	0390	1·3	5·0658	76·4
20	1991	2·9	0199		2005	3·0	0403	1·2	4·9894	74·2
30	2020		0205	0·6	2035		0415		4·9152	72·2
40	2050		0211		2065	3·1	0427	1·3	4·8430	70·1
50	2080	3·0	0217		2096	3·0	0440	1·2	4·7729	68·3
12° 00	0·2110	3·0	0·0223	0·6	0·2126	3·0	1·0452	1·4	4·7046	66·3
10	2140		0229	0·7	2156		0466	1·3	4·6383	64·7
20	2170		0236		2186	3·1	0479	1·4	4·5736	62·9
30	2200	2·9	0243	0·6	2217	3·1	0493	1·3	4·5107	61·3
40	2229		0249		2248	3·0	0506	1·4	4·4494	59·7
50	2259		0256		2278		0520		4·3897	
		3·0		0·7		3·1		1·3		58·2
13° 00	0·2289		0·0263		0·2309	3·0	1·0533	1·5	4·3315	56·8
10	2319		0270		2339	3·1	0548		4·2747	55·4
20	2349		0277		2370		0563		4·2193	54·0

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	$\triangle'$	Ordinate $\frac{y}{c}$	$\triangle'$	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	$\triangle'$	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	$\triangle'$	$ctg\,\alpha$	$\triangle'$
13° 20	0·2349	3·0	0·0277	0·7	0·2370	3·1	1·0563	1·5	4·2193	54·0
30	2379	2·9	0284	0·8	2401		0578	1·4	4·1653	52·7
40	2408		0292		2432	3·0	0592		4·1126	51·5
50	2438		0299	0·7	2462		0607		4·0611	
		3·0						1·5		50·3
14° 00	0·2468		0·0306	0·8	0·2493		1·0622		4·0108	49·1
10	2498		0314		2524		0638		3·9617	48·1
20	2528		0322		2555	3·1	0654		3·9136	46·9
30	2558		0330	0·7	2586		0670	1·6	3·8667	45·9
40	2588		0337		2617		0686		3·8208	44·8
50	2618		0345		2648		0702		3·7760	
				0·8		3·2				43·9
15° 00	0·2648		0·0353		0·2680		7·0718	1·7	3·7321	43·0
10	2678	3·1	0361	0·9	2711	3·1	0735	1·8	3·6891	42·0
20	2709		0370	0·8	2742		0753	1·7	3·6471	41·2
30	2739	3·0	0378		2773	3·2	0770		3·6059	40·3
40	2769	3·1	0386	0·9	2805	3·1	0787	1·8	3·5656	39·5
50	2800		0395	0·8	2836		0805		3·5261	
		3·0				3·2		1·7		38·7
16° 00	0·2830		0·0403		0·2868	3·1	1·0822	1·8	3·4874	37·9
10	2860	3·1	0412		2899	3·2	0840	1·9	3·4495	37·1
20	2891		0421		2931	3·1	0859		3·4124	36·5
30	2921	3·0	0430	0·9	2962	3·2	0878	1·8	3·3759	35·7
40	2951	3·1	0439		2994		0896	1·9	3·3402	35·0
50	2982		0448		3026		0915		3·3052	
		3·0				3·1				34·3
17° 00	0·3012	3·1	0·0457		0·3057		1·0934	2·0	3·2709	33·8
10	3043	3·0	0466	1·0	3089		0954	2·1	3·2371	33·0
20	3073	3·1	0476		3121		0975	2·0	3·2041	32·5
30	3104	3·0	0486	0·9	3153	3·2	0995		3·1716	31·9
40	3134	3·1	0495		3185		1015	2·1	3·1397	31·3
50	3165		0505		3217		1036		3·1084	
		3·0		1·0				2·0		30·7
18° 00	0·3195		0·0515		0·3249		1·1056	2·1	3·0777	30·2
10	3225	3·1	0525		3281	3·3	1077	2·2	3·0475	29·7
20	3256		0535		3314	3·2	1099		3·0178	29·1
30	3287	3·0	0545	1·1	3346		1121	2·1	2·9887	28·7
40	3317		0556		3378	3·3	1142		2·9600	28·1
50	3348		0566	1·0	3411		1164		2·9319	
		3·1				3·2		2·2		27·7
19° 00	0·3379		0·0576		0·3443	3·3	1·1186	2·3	2·9042	27·2
10	3410		0587		3476		1209		2·8770	26·8
20	3441		0598	1·1	3509	3·2	1232		2·8502	26·3
30	3472	3·0	0609		3541		1255		2·8239	25·9
40	3502		0620		3547		1279		2·7980	25·5

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	Δ'	Ordinate $\frac{y-c}{c}$	Δ'	Bogenlänge $tg\ \alpha\ \frac{s}{c}$	Δ'	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	Δ'	$ctg\ \alpha$	Δ'
19° 40	3502		0620		3574		1279		2·7980	25·5
50	3533	3·1	0631		3607	3·3	1302	2·4	2·7725	25·0
20° 00	0·3564		0·0642	1·2	0·3640		1·1325		2·7475	24·7
10	3595		0654	1·1	3673		1349	2·5	2·7228	24·3
20	3626		0665	1·2	3706		1374		2·6985	23·9
30	3657		0677	1·1	3739		1399	2·4	2·6746	23·5
40	3688		0688	1·2	3772		1423		2·6511	23·2
50	3719		0700		3805		1448		2·6279	
				1·1		3·4		2·5		22·8
21° 00	0·3750		0·0711	1·2	0·3839	3·3	1·1473	2·7	2·6051	22·5
10	3781	3·2	0723	1·3	3872	3·4	1500	2·6	2·5826	22·1
20	3813		0736	1·2	3906	3·3	1526	2·7	2·5605	21·8
30	3844	3·1	0748		3939	3·4	1553	2·6	2·5387	21·5
40	3875	3·2	0760	1·3	3973		1579	2·7	2·5172	21·2
50	3907		0773	1·2	4007		1606		2·4960	
		3·1				3·3		2·6		20·9
22° 00	0·3938	3·2	0·0785	1·3	0·4040		1·1632	2·8	2·4751	20·6
10	3970	3·1	0798		4074	3·4	1660	2·9	2·4545	20·3
20	4001	3·2	0811		4108		1689	2·8	2·4342	20·0
30	4033	3·1	0824	1·4	4142		1717		2·4142	19·7
40	4064	3·2	0838	1·3	4176	3·5	1745	2·9	2·3945	19·5
50	4096	3·1	0851		4211		1774	2·8	2·3750	19·2
23° 00	0·4127	3·1	0·0864	1·3	0·4245	3·4	1·1802		2·3559	19·0
10	4158	3·2	0877	1·4	4279	3·5	1832		2·3369	18·6
20	4190		0891		4314	3·4	1862		2·3183	18·5
30	4222	3·1	0905	1·3	4348		1892	3·0	2·2998	18·1
40	4253		0918		4383	3·5	1922		2·2817	18·0
50	4285		0932		4418		1952		2·2637	
				1·4		3·4				17·7
24° 00	0·4317		0·0946		0·4452		1·1982		2·2460	17·4
10	4349		0960	1·5	4487	3·5	2014		2·2286	17·3
20	4381		0975		4522		2046		2·2113	17·0
30	4413		0990	1·4	4557		2078	3·2	2·1943	16·8
40	4445	3·2	1004		4592	3·6	2110		2·1775	16·6
50	4477		1019		4628		2142		2·1609	
				1·5		3·5				16·4
25° 00	0·4509		0·1034		0·4663	3·6	1·2174	3·4	2·1445	16·2
10	4541		1050	1·6	4699	3·5	2208		2·1283	16·0
20	4573		1065	1·5	4734	3·6	2242		2·1123	15·8
30	4605	3·3	1080		4770		2276	3·5	2·0965	15·6
40	4638		1095	1·6	4806	3·5	2311		2·0809	15·4
50	4670	3·2	1111		4841		2345	3·4	2·0655	
				1·5		3·6				15·2

α Grad.,Min	Abszisse $\frac{x}{c}$	$\triangle'$	Ordinate $\frac{y-c}{c}$	$\triangle'$	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	$\triangle'$	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	$\triangle'$	$ctg\,\alpha$	$\triangle'$
25°50	0·4670	3·2	0·1111	1·6	0·4841	3·5	1·2345	3·4	2·0655	15·4
				1·5		3·6				15·2
26°00	0·4702	3·3	0·1126	1·6	0·4877		1·2379	3·6	2·0503	15·0
10	4735	3·2	1142		4913	3·7	2415		2·0353	14·9
20	4767	3·3	1158		4950	3·6	2415		2·0204	14·7
30	4800	3·2	1174	1·7	4986		2487	3·7	2·0057	14·5
40	4832	3·3	1191		5022	3·7	2524		1·9912	14·4
50	4865		1207	1·6	5059		2560	3·6	1·9768	
		3·2				3·6				14·2
27°00	0·4897	3·3	0·1223	1·7	0·5095		1·2596	3·9	1·9626	14·0
10	4930		1240		5132		2635	3·8	9486	13·9
20	4963		1257		5169	3·7	2673	3·9	9347	13·7
30	4996	3·2	1274	1·8	5206		2712	3·8	9210	13·6
40	5028		1292		5243		2750	3·9	9074	13·4
50	5061		1309	1·7	5280		2789		8940	
		3·3						3·8		13·3
28°00	0·5094		0·1326		0·5317	3·8	1·2827		1·8807	13·1
10	5127		1341		5355	3·7	2868		8676	13·0
20	5160		1362	1·8	5392	3·8	2909		8546	12·8
30	5193	3·4	1380		5430	3·7	2950	4·1	8418	12·7
40	5227		1398		5467		2991		8291	12·6
50	5260		1416		5505		3032		8165	
		3·3				3·8				12·5
29°00	0·5293		0·1434	1·9	0·5543		1·3073	4·3	1·8040	1·23
10	5326	3·4	1453		5581		3116	4·4	7917	12·1
20	5360	3·3	1472		5619	3·9	3160	4·3	7796	
30	5393		1491	1·8	5658	3·8	3203		7675	11·9
40	5426	3·4	1509		5696		3246	4·4	7556	11·8
50	5460		1528	1·9	5735	3·9	3290		7438	
		3·3						4·3		11·7
30°00	0·5493	3·4	0·1547	2·0	0·5774	3·8	1·3333	4·6	1·7321	11·6
10	5527		1567		5812	3·9	2379		7205	11·5
20	5561		1587		5851	4·0	3425		7090	11·3
30	5595	3·3	1606	1·9	5891		3471	4·7	6977	
40	5628		1626		5930	3·9	3518		6864	11·1
50	5662		1646	2·0	5969		3564	4·6	6753	
						4·0				11·0
31°00	0·5696		0·1666		0·6009	3·9	1·3610	4·9	1·6643	10·9
10	5730	3·4	1687		6048		3659		6534	10·8
20	5764		1708	2·1	6088	4·0	3708		6426	10·7
30	5798		1729		6128		3757	5·0	6319	10·6
40	5831		1750		6168		3807		6213	
50	5866		1771		6208		3856	4·9	6107	
						4·1				10·4
32°00	0·5900	3·5	0·1792		0·6249	4·0	1·3905		1·6003	10·3
10	0·5935	3·4	0·1814		0·6289		1·3957		1·5900	10·2

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	Δ'	Ordinate $\frac{y}{c}$	Δ'	Bogenlänge $lg\,\alpha = \frac{s}{c}$	Δ'	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	Δ'	$cotg\,\alpha$	Δ'
32° 10	5935	3·4	1814	2·1	6289	4·0	3957	4·9	5900	10·2
20	5969	3·5	1836	2·2	6330		4009	5·2	5798	10·1
30	6004	3·4	1858		6371		4061		5697	
40	6038	3·5	1880		6412	4·1	4113		5597	10·0
50	6073		1902		6453		4165		5497	
		3·4								9·8
33° 00	0·6107		0·1924		0·6494		1·4217	5·6	1·5399	9·7
10	6142		1947		6536	4·2	4273	5·5	5301	9·6
20	6177		1970	2·3	6577	4·1	4328	5·6	5204	9·5
30	6212	3·5	1993		6619		4384	5·5	5108	9·4
40	6247		2016		6661	4·2	4439	5·6	5013	9·2
50	6282		2039		6703		4495	5·5	4919	
										9·3
34° 00	0·6317	3·5	0·2062	2·4	0·6745		1·4550	5·9	1·4826	9·2
10	6352		2086	2·5	6788	4·3	4609		4733	9·1
20	6387		2111	2·4	6830	4·2	4668		4641	
30	6422	3·6	2135		6873		4727	5·8	4550	9·0
40	6458		2159	2·5	6916		4785		4460	
50	6493	3·5	2184	2·4	6959	4·3	4844	5·9	4370	8·8
										8·9
35° 00	0·6528	3·6	0·2208	2·6	0·7002		1·4903	6·2	1·4282	8·7
10	6564		2234	2·5	7046	4·4	4965	6·3	4193	
20	6600		2259	2·6	7089	4·3	5028		4106	8·6
30	6636	3·5	2285	2·5	7133		5091	6·2	4020	
40	6671		2310	2·6	7177		5153		3934	
50	6707		2336	2·5	7221	4·4	5216	6·3	3848	8·4
		3·6								
36° 00	0·6743		0·2361	2·6	0·7265		1·5279	6·7	1·3764	8·3
10	6779		2387	2·7	7310		5346	6·6	3680	
20	6815		2414		7355		5412	6·7	3597	8·2
30	6851	3·7	2441	2·6	7400	4·5	5479	6·6	3514	
40	6888		2467		7445		5545	6·7	3432	8·1
50	6924	3·6	2494		7490		5612		3351	
				2·7				6·6		8·0
37° 00	0·6960		0·2521	2·8	0·7536	4·6	1·5678		1·3270	7·9
10	6996	3·7	2549		7581	4·5	5749		3190	
20	7033		2577		7627	4·6	5820	7·1	3111	7·8
30	7070	3·6	2605	2·9	7673		5991		3032	
40	7106		2634		7720	4·7	5962		2954	
50	7143		2662	2·8	7766	4·6	6033		2876	7·7
		3·7								7·6
38° 00	0·7180		0·2690	2·9	0·7813	4·7	1·6104	7·5	1·2799	
10	7217		2719	3·0	7860		6179	7·6	2723	7·5
20	7254		2749		7907		6255		2647	
30	7291	3·8	2779	2·9	7954		6331	7·5	2572	
40	7329		2808		8002		6406		2497	7·4

α Grad.,Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	$\triangle'$	Ordinate $\frac{y-c}{c}$	$\triangle'$	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	$\triangle'$	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	$\triangle'$	$ctg\,\alpha$	$\triangle'$
38° 40	0·7329	3·8	0·2808	2·9	0·8002	4·7	1·6406	7·5	1·2497	7·4
50	7366		2838	3·0	8050	4·8	6482	7·9	2423	
		3·7								
39° 00	0·7403		0·2868		0·8098		1·6558	8·1	1·2349	7·3
10	7440	3·8	2899		8146	4·9	6639	8·0	2276	
20	7478		2930	3·1	8195	4·8	6719	8·1	2203	7·2
30	7516	3·7	2961		0·8243	4·9	1·6800	8·0	1·2131	
40	7553		2992		8292	5·0	6880	8·1	2059	7·1
50	7591	3·8	3023		8342		6961		1988	7·0
						4·9		8·0		
40° 00	0·7629		0·3054	3·2	0·8391		1·7041		1·1918	7·1
10	7667	3·9	3086	3·3	8441		7127		1847	6·9
20	7706	3·8	3119		8491	5·0	7213	8·6	1778	
30	7744		3152	3·2	8541		7299		1709	
40	7782	3·9	3184		8591		7385		1640	
50	7821		3217	3·3	8642	5·1	7471		1572	
		3·8								6·8
41° 00	0·7859	3·9	0·3250	3·4	0·8693		1·7557	9·1	1·1504	
10	7898		3284	3·5	8744	5·2	7648	9·2	1436	6·7
20	7937		3319	3·4	8796	5·1	7740		1369	
30	7976	3·8	3353		8847	5·2	7832	9·1	1303	6·6
40	8014		3387	3·5	8899		7923		1237	
50	8053		3422	3·4	8951		8015	9·2	1171	
		3·9				5·3				6·5
42° 00	0·8092		0·3456	3·6	0·9004		1·8107	9·8	1·1106	
10	8131	4·0	3492		9057		8205		1041	6·4
20	8171	3·9	3528		9110		8303		0977	
30	8210		3564	3·7	9163		8401	9·9	0913	6·3
40	8249	4·0	3601	3·6	9217	5·4	8500		0850	6·4
50	8289		3637		9271		8598	9·8	0786	
		3·9								6·2
43° 00	0·8328	4·0	0·3673	3·8	0·9325		1·8696	10·5	1·0724	6·3
10	8368		3711		9380	5·5	8801		0661	6·2
20	8408		3749		9435		8906		0599	
30	8448	4·1	3787	3·9	9490		9011	10·4	0538	
40	8489		3826		9545		9115		0477	6·1
50	8529	4·0	3864	3·8	9601	5·6	9220	10·5	0416	
44° 00	0·8569	4·1	0 3902		0·9657		1·9325	11·3	1·0355	6·0
10	8610		3942		9713		9438	11·2	0295	5·9
20	8651		3982	4·0	9770	5·7	9550	11·3	0236	6·0
30	8692	4·0	4022		9827		9663	11·2	0176	5·9
40	8732	4·1	4062		9884	5·8	9775	11·3	0117	5·9
50	8773		4102		9942		9888	11·2	0058	5·8
45° 00	0·8814	4·2	0·4142	4·2	1·0000	5·8	2·0000	12·1	1·0000	5·8

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	Δ'	Ordinate $\frac{y}{c}$	Δ'	Bogenlänge $tg\frac{s}{c}$	Δ'	Krümmungshalbm. $\frac{k}{c}$	Δ'	$c\,tg\,\alpha$	Δ'
45°00	0·8814	4·2	0·4141	4·2	1·0000	5·8	2·0000	12·1	1·0000	5·8
10	8856	4·1	4184	4·3	0058	5·9	0121	12·0	0·9942	
20	8997	4·2	4227	4·2	0117		0241	12·1	9884	
30	8939	4·1	4269		0176	6·0	0362	12·0	9827	5·7
40	8980	4·2	4311	4·3	0236	5·9	0482	12·1	9770	
50	9022	4·1	4354	4·2	0295		0603	12·0	9713	
						6·0				5·6
46°00	0·9063	4·2	0·4396	4·5	1·0355		2·0723	13·0	0·9657	
10	9105		4441	4·4	0416	6·1	0853	12·9	9601	
20	9147		4485	4·5	0477		0982	13·0	9545	
30	9189	4·3	4530	4·4	0538		1112	12·9	9490	
40	9232		4574	4·5	0599	6·2	1241	13·0	9435	5·5
50	9274	4·2	4619	4·4	0661		1371	12·9	9380	
						6·3				
47°00	0·9316	4·3	0·4663		1·0724	6·2	2·1500	13·9	0·9325	
10	9369		4710		0786	6·4	1639		9271	5·4
20	9402		4757	4·7	0850	6·3	1778		9217	
30	9445	4·4	4804		0913	6·4	1917	14·0	9163	
40	9489		4851		0977		2057		9110	5·3
50	9532	4·3	4898		1041		2196	13·9	9057	
						6·5				
48°00	0·9575	4·4	0·4945	4·9	1·1106		2·2335	14·9	0·9004	5·2
10	9619		4994	5·0	1171		2484	15·0	8952	5·3
20	9663		5044		1237	6·6	2634		8899	5·2
30	9707	4·3	5094	4·9	1303		2784	14·9	8847	5·1
40	9750		5143		1369	6·7	2933		8796	5·2
50	9794	4·4	5193	5·0	1436		3083	15·0	8744	
						6·8				5·1
49°00	0·9838	4·5	0·5243	5·2	1·1504		2·3233	16·1	0·8693	
10	9883		5295	5·3	1572		3394	16·2	8642	
20	9928		5348	5·2	1640	6·9	3556		8591	
30	9973	4·4	5400		1709	6·8	3718	16·1	8541	5·0
40	1·0017		5452	5·3	1777	7·0	3879		8491	
50	0062	4·5	5505	5·2	1847	7·1	4041	16·2	8441	
50°00	1·0107		0·5557	5·6	1·1918	7·0	2·4203	17·5	0·8391	4·9
10	0152	4·6	5613	5·5	1988	7·1	4378	17·4	8342	5·0
20	0198		5668	5·6	2059	7·2	4552	17·5	8292	4·9
30	0244	4·5	5724	5·5	2131		4727	17·4	8243	4·8
40	0289		5779	5·6	2203		4901	17·5	8195	4·9
50	0335	4·6	5835	5·5	2276	7·3	5076	17·4	8146	
										4·8
51°00	1·0381	4·7	0·5890	5·9	1·2349	7·4	2·5250	18·8	0·8098	
10	0428		5949		2423		5438	18·9	8050	
20	0475		6008		2497		5627		8002	
30	0522	4·6	6067	5·8	2572	7·5	5816	18·8	7954	

α Grad., Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	$\triangle'$	Ordinate $\frac{y-c}{c}$	$\triangle'$	Bogenlänge $tg\,\alpha = \frac{s}{c}$	$\triangle'$	Krümmungshalbm. $\frac{k}{c}$	$\triangle'$	$ctg\,\alpha$	$\triangle'$
51°30	1·0521	4·6	0·6067	5·8	1·2572	7·5	2·5816	18·1	0·7954	4·8
40	0568		6125		2647		6004		7907	
50	0615	4·7	6184	5·9	2723	7·6	6193	18·9	7860	
										4·7
52°00	1·0662		0·6243	6·2	1·2799	7·7	2·6382	20·5	0·7813	
10	0709	4·8	6305		2876	7·8	6587		7766	4·6
20	0757		6367		2954		6792		7720	4·7
30	0805	4·7	6429	6·3	3032	7·9	6997	20·4	7673	4·6
40	0852		6492		3111		7201		7627	
50	0900	4·8	6554	6·2	3190		7406	20·5	7581	
						8·0				4·5
53°00	1·0948		0·6616	6·6	1·3270	8·1	2·7611	22·1	0·7536	4·6
10	0997		6682		3351		7832		7490	
20	1046	4·9	6748		3432	8·2	8053		7445	
30	1095		6814	6·7	3514	8·3	8274	22·2	7400	4·5
40	1144		6881		3597		8496		7355	
50	1193		6947	6·6	3680		8717	22·1	7310	
						8·4				
54°00	1·1242		0·7013	7·0	1·3764		2·8938		0·7265	
10	1292		7083		3848		9181		7221	4·4
20	1342	5·0	7153		3934	8·6	9424	24·3	7177	
30	1392		7223	7·1	4020		9667		7133	
40	1442		7294		4106	8·7	9910		7089	4·3
50	1492		7364	7·0	4193		3·0153		7046	
						8·9				4·4
55°00	1·1542	5·2	0·7434	7·5	1·4282	8·8	3·0396		0·7002	
10	1594	5·1	7509		4370	9·0	0660		6959	4·3
20	1645	5·2	7584		4460		0924	26·4	6916	
30	1697	5·1	7659	7·4	4550	9·1	1188		6873	
40	1748	5·2	7733	7·5	4641	9·2	1453		6830	4·2
50	1800	5·1	7808		4733	9·3	1716		6788	4·3
56°00	1·1851	5·2	0·7883	7·9	1·4826	9·3	3·1980	28·8	0·6745	4·2
10	1903	5·3	7962	8·0	4919	9·4	2268	28·9	6703	
20	1956		8042		5013	9·5	2557		6661	
30	2009	5·2	8122	7·9	5108	9·6	2846	28·8	6619	
40	2061		8201		5204	9·7	3134		6577	4·1
50	2114	5·3	8281	8·0	5301		3423	28·9	6536	
						9·8				4·2
57°00	1·2167	5·4	0·8361		1·5399		3·3712	31·7	0·6494	
10	2221		8446		5497	10·0	4029	31·6	6453	
20	2275		8531	8·5	5597		4345	31·7	6412	4·1
30	2329	5·5	8616		5697	10·1	4662	31·6	6371	
40	2384		8701		5798	10·2	4978	31·7	6330	
50	2438	5·4	8786		5900		5295	31·6	6299	

α Grad.Min.	Abszisse $\frac{x}{c}$	Δ'	Ordinate $\frac{y}{c}$	Δ'	Bogenlänge $tg\,\alpha$ $\frac{s}{c}$	Δ'	Krümmungshalbm. $\frac{R}{c}$	Δ'	$\alpha\,tg\,\alpha$	Δ'
57°50	1·2438	5·4	·08786	8·5	1.5960	10·2	3·5295	31·6	0·6289	4·1
						10·3				4·0
58°00	1·2492	5·5	0·8871	9·1	1·6003	10·4	3·5611	34·8	0·6249	4·1
10	2547	5·6	8962		6107	10·6	5959		6208	
20	2603		9053		6213		6307		6168	
30	2659	5·5	9144	9·0	6319	10·7	6655	34·7	6128	4·0
40	2714		9234		6426	10·8	7002		6088	
50	2770	5·6	9325	9·1	6534		7350	34·8	6048	
						10·9				3·9
59°00	1·2826	5·7	0·9416	9·7	1·6643	11·0	3·7698	38·3	0·6009	
10	2883	5·8	9513	9·8	6753	11·1	8081	38·4	5969	4·0
20	2941	5·7	9611	9·7	6864	11·3	8465		5930	3·9
30	2998		9708		6977		8849	38·3	5891	
40	3055	5·8	9805	9·8	7090	11·5	9232	38·4	5851	4·0
50	3113	5·7	9903	9·7	7205	11·6	9616		5812	3·9
										3·8
60°	1·3170	5·9	1·0000	10·5	1·7321	12·0	4·0000	42·4	0·5774	
61	3524	6·1	0627	11·2	8041	12·8	2546	45·4	5543	3·85
62	3890	6·3	1301	12·1	8807	13·7	5372	52·4	5317	3·77
63	4268	6·5	2027	13·1	9626	14·6	8518	58·7	5095	3·70
64	4659		2812		2·0503		5·2037		4877	3·63
		6·8		14·2		15·7		65·9		
65°	1·5065	7·0	1·3662	15·4	2·1445	16·9	5·5989	74·3	0·4663	3·57
66	5485	7·3	4586	16·8	2460	18·3	6·0447	84·2	4452	3·52
67	5923	7·6	5593	18·4	3559	20·0	5500	96·0	4245	3·45
68	6379	8·0	6695	20·2	4751	21·7	7·1261	110·1	4040	3·42
69	6856		7904		6051		7865		3839	3·35
		8·3		22·2		23·7		127·0		
70°	1·7354	8·7	1·9238	24·6	2·7471	26·2	8·5486	147·6	0·3640	3·32
71	7877	9·2	2·0716	27·4	9042	28·9	9·4344	173·0	3443	3·28
72	8427	9·7	2361	30·7	3·0777	32·2	10·4721	204·4	3249	3·23
73	9008	10·3	4203	34·6	2709	36·1	11·6985	243·9	3057	3·20
74	9623		6280		4874		13·1620		2868	3·15
		10·9		39·3		40·8		294·4		
75°	2·0276	11·7	2·8637	45·0	3·7321	46·5	14·9282	359·7	0·2680	3·13
76	0973	12·5	3·1336	52·0	4·0108	53·5	17·0864	445·9	2493	3·12
77	1721	13·5	4454	60·7	3315	62·2	19·7617	561·8	2309	3·07
78	2528	14·6	8097	71·9	7046	73·3	23·1335	722·2	2127	3·03
79	3404		4·2408		5·1446		27·4664		1944	3·05
		16·0		86·3		87·8		949·5		
80°	2·4362	17·7	4·7588	105·6	5·6713	107·1	33·1634	1283	0·1763	3·02
81	5421	19·7	5·3925	132·1	6·3138	133·6	40·8635	1794	1584	2·98
82	6603	22·3	6·1853	170·0	7·1154	171·5	51·6285	2617	1405	
83	7942	25·8	7·2055	226·9	8·1444	228·3	67·3304	4032	1228	2·95
84	9487	30·4	8·5668	317·8	9·5144	319·3	91·5231	6687	1051	
85	3·1313		10·4737		11·4301		131·6461		0875	2·93

883543

TF
835
F56
Civil
Engin.

Findeis, Robert
Rechnerische Grundlagen

PLEASE DO NOT REMOVE
SLIPS FROM THIS POCKET

[redacted]

UNIVERSITY OF TORONTO
LIBRARY